UNIVERZITET U BEOGRADU
ŠUMARSKI FAKULTET

dr Srđan Svrzić

P R I R U Č N I K

za polaganje prijemnog
ispita
iz

FIZIKE

na **ŠUMARSKOM FAKULTETU** u **BEOGRADU**

B e o g r a d, 2 0 1 4.

Autor:

Dr Srđan Svrzić, docent Univerziteta u Beogradu – Šumarskog fakulteta

Naslov

Priručnik za pripremu prijemnog ispita iz

FIZIKE

na Odseku za Tehnologije drveta

na Šumarskom fakultetu Univerziteta u Beogradu

ISBN
978-86-7299-216-8

Recenzenti:

Dr Petar Todorović, redovni profesor Univerziteta u Beogradu – Šumarskog fakulteta

Dr Gradimir Danon, redovni profesor Univerziteta u Beogradu – Šumarskog fakulteta

Dr Zoran Trifković, redovni profesor Univerziteta u Beogradu – Mašinskskog fakulteta

Priručnik iz
FIZIKE

za pripremu prijemnog ispita na odseku Tehnologije drveta na Šumarskom fakultetu Univerziteta u Beogradu

Uvodna napomena za korišćenje priručnika

Cilj ovog priručnika je da proveri znanje i pripremi buduće studente odseka za Tehnologije drveta na Šumarskom fakultetu Univerziteta u Beogradu u cilju uspešnog polaganja prijemnog ispita. Namera autora je da na savremen, dinamičan i interaktivan način olakša pripremu kandidata. Zadaci iz priručnika su pažljivo izabarani i u skladu su sa zahtevima koji se postavljaju pred studente našeg odseka. Oni predstavljaju kombinaciju elementarnih znanja iz odabranih poglavlja fizike koja imaju svoju primenu u oblasti inženjerstva i tehničkih znanja neophodnih da bi se na valjan i svrsishodan način pratio nastavni plan na odseku za Tehnologije drveta. Praktikum se oslanja na akreditivan studijski program iz predmeta Tehnička fizika i može poslužiti studentima odseka Tehnologije drveta kao pomoćna literatura za upoznavanje i savladavanje pojedinih delova gradiva pri pripremi i polaganju ispita iz Tehničke fizike, a naročito u onom delu koji se odnosi na rad u Laboratoriji za Tehničku fiziku.

Svaki zadatak predstavlja primer (jedan ili više) iz neke od oblasti koju pokriva ovaj priručnik. Iza svakog pitanja (zadatka) nalazi se teorija na osnovu koje kandidat može doći do tačnog odgovora. Da bi kandidat bio siguran da li je rešenje do koga je došao korektno, na kraju dela priručnika su dati tačni odgovori. Pitanja predstavljaju primere koji eventualno mogu biti i na samom prijemnom ispitu. Međutim, prilikom polaganja prijemnog ispita moguće je da se pojave pitanja koja nisu eksplicitno pomenuta u priručniku. Takva pitanja se odnose na teoriju koja pojašnjava zadatke i imaju jasnu vezu sa primerom datim u priručniku. Preporuka kandidatu koji koristi priručnik za polaganje prijemnog ispita je da pažljivo pročita svako pitanja (zadatak), da pokuša da pretpostavi odgovor na osnovu znanja stečenih u toku prethodnog školovanja, da pročita teorijski deo i proveri da li mu je pretpostavljeni odgovor tačan (ili da zaključi koji je tačan odgovor ukoliko nije imao nikakvu pretpostavku) i da na kraju svoj zaključak proveri u poglavlju „Odgovori i rešenja“.

SADRŽAJ

1. Međunarodni SI sistem jedinica osnovne i izvedene jedinice

1. Pitanje: Koliko ima osnovnih jedinica u međunarodnom *SI* sistemu. Navesti koje su to jedinice?

Međunarodni sistem jedinica (*Système International d'Unités* односно *International System of Units*) je usvojen 1960. godine. On predstavlja najčešće korišćen sistem jedinica u svetu, a što se tiče njegove primene u nauci, može se reći da je univerzalan.
U *SI* sistemu jedinica postoji sedam osnovnih:

Tabela 1. Osnovne jedinice SI sistema

Osnovne jedinice *SI* sistema			
Ime	**Simbol**	**Veličina**	**Definicija**
kilogram	**kg**	masa	Jedinica za masu je jednaka masi međunarodnog prototipa kilograma (valjka od platine-iridijuma) čuvanog u Međunarodnom birou za težine i mere (BIPM), u Sevru, u Parizu (1. CGPM (1889), CR 34-38). Napomena: kilogram je jedina *osnovna jedinica* sa prefiksom; gram se definiše kao *izvedena jedinica*, jednaka 1/1000 kilograma; prefiksi kao što je mega se dodaju na gram, a ne kg; npr. Gg, a ne Mkg. Takođe je jedina jedinica koja se još uvek definiše preko fizičkog prototipa umesto prirodnog fenomena koji je moguće izmeriti (vidite kilogram za alternativne definicije).
sekund	**s**	vreme	Jedinica za vreme je trajanje od tačno 9192631770 perioda zračenja koje odgovara prelazu između dva hiperfina nivoa osnovnog stanja atoma cezijuma 133 na temperaturi od 0 K (13. CGPM (1967-1968) Rezolucija 1, CR 103).
metar	**m**	dužina	Jedinica za dužinu je jednaka dužini putanje koju u vakuumu pređe svetlost za vreme od 1/299792458 sekundi (17. CGPM (1983) Rezolucija 1, CR 97)..
amper	**A**	električna struja	Jedinica za električnu struju je stalna električna struja koja bi, kada bi se održavala u dva prava paralelna provodnika, neograničene dužine i zanemarljivo malog kružnog preseka, koji se nalaze u vakuumu na međusobnom rastojanju od jednog metra, prouzrokovala među tim provodnicima silu jednaku 2×10^{-7} njutna po metru dužine (9. CGPM (1948) Rezolucija 7, CR 70).
kelvin	**K**	termodinamička temperatura	Jedinica za termodinamičku temperaturu (ili apsolutnu temperaturu) je tačno 1/273,16 termodinamičke temperature trojne tačke vode (13. CGPM (1967) Rezolucija 4, CR 104).

mol	**mol**	količina supstance	Jedinica za količinu supstance je količina supstance koja sadrži toliko elementarnih jedinica građe koliko ima atoma u 0,012 kilograma čistog ugljenika12 (14. CGPM (1971) Rezolucija 3, CR 78). (elementarne jedinice građe mogu biti atomi, molekuli, joni, elektroni ili čestice.) Približno je jednak $6{,}02214199 \times 10^{23}$ jedinica (Avogadrov broj).
kandela	**cd**	jačina svetlosti	Jedinica za jačinu svetlosti je svetlosna jačina, u određenom pravcu, izvora koji emituje monohromatsko zračenje frekvencije 540×10^{12} herca i čija je jačina zračenja u tom pravcu 1/683 vata po steradijanu.

Osim osnovnih jedinica postoje i druge nastale kombinacijom osnovnih i one se nazivaju izvedene jedinice, od kojih neke imaju i posebna imena:

Tabela 2: Izvedene jedinice SI sistema

Izvedene jedinice *SI* sistema sa posebnim imenima			
Ime	**Simbol**	**Veličina**	**Izraženo u osnovnim jedinicama**
herc	**Hz**	frekvencija	s^{-1}
njutn	**N**	sila	$kg\ m\ s^{-2}$
džul	**J**	energija	$N\ m = kg\ m^2\ s^{-2}$
vat	**W**	snaga	$J/s = kg\ m^2\ s^{-3}$
paskal	**Pa**	pritisak	$N/m^2 = kg\ m^{-1}\ s^{-2}$
lumen	**lm**	svetlosni fluks	cd sr
luks	**lx**	osvetljenost	$lm/m^2 = cd\ sr\ m^{-2}$
kulon	**C**	naelektrisanje	A s

volt	**V**	razlika u električnom potencijalu, električni napon	W/A = J/C = kg m^2 A^{-1} s^{-3}
om	**Ω**	električna otpornost	V/A = kg m^2 A^{-2} s^{-3}
farad	**F**	električna kapacitivnost	C/V = A^2 s^4 kg^{-1} m^{-2}
veber	**Wb**	magnetni fluks	kg m^2 s^{-2} A^{-1}
tesla	**T**	gustina magnetnog fluksa, induktivnost magnetnog polja	Wb/m^2 = kg s^{-2} A^{-1}
henri	**H**	induktivnost	Wb/A = kg m^2 A^{-2} s^{-2}
simens	**S**	električna provodnost	Ω^{-1} = kg^{-1} m^{-2} A^2 s^3
bekerel	**Bq**	radioaktivnost (broj raspada u jedinici vremena)	s^{-1}
grej	**Gy**	apsorbovana doza (jonizujućeg zračenja)	J/kg = m^2 s^{-2}
sivert	**Sv**	ekvivalentna doza (jonizujućeg zračenja)	J/kg = m^2 s^{-2}
katal	**kat**	katalitička aktivnost	mol/s = mol s^{-1}
stepen Kelvina	**°K**	termodinamička temperatura	K (0 °C = 273.15 K, 0 K = −273.15 °C)

Za obeležavanje jedinica manjih ili većih vrednosti od osnovnih upotrebljavaju se prefiksi:

SI prefiksi					
10^n	**Prefiks**	**Simbol**	**Kratka skala**	**Duga skala**	**Decimalni ekvivalent**
10^{24}	jota	Y	septilion	kvadrilion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zeta	Z	sekstilion	trilijarda (hiljadu triliona)	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	eksa	E	kvintilion	trilion	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	kvadrilion	bilijarda (hiljadu biliona)	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	trilion	bilion	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	bilion	milijarda (hiljadu miliona)	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	milion		1 000 000
10^{3}	kilo	k	hiljada		1 000
10^{2}	hekto	h	sto		100
10^{1}	deka	da	deset		10
10^{0}		*nema*	jedan		1
10^{-1}	deci	d	deseti deo		0,1

10^{-2}	centi	c	stoti deo		0,01
10^{-3}	mili	m	hiljaditi deo		0,001
10^{-6}	mikro	µ	milioniti deo		0,000 001
10^{-9}	nano	n	milijarditi deo	bilioniti deo*	0,000 000 001
10^{-12}	piko	p	bilioniti deo	trilioniti deo*	0,000 000 000 001
10^{-15}	femto	f	bilijarditi deo	kvadrilioniti deo*	0,000 000 000 000 001
10^{-18}	ato	a	trilioniti deo	kvintilioniti deo*	0,000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zepto	z	trilijarditi deo	sekstilioniti*	0,000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	jokto	y	kvadrilijarditi deo	septilioniti*	0,000 000 000 000 000 000 000 001

*** nazivi koji figurišu u anglosaksonskoj literaturi, navedeni kako bi se lakše snalazilo u stranoj literaturi pisanoj na engleskom jeziku**

Pitanje 1.1. Kako glasi prefiks jedinice koja je milion puta veća od osnovne?

Pitanje 1.2. Kakve se fizičke veličine nazivaju izvedenim?

Pitanje 1.3. Koja je izvedena jedinica za gustinu magnetnog fluksa?

Pitanje 1.4. Pretvoriti u Pa (paskale) sledeću vrednost pritiska 100 kN/cm^2.

Pitanje 1.5. Koliko je 10^5 nm kada se pretvori u metre?

Pitanje 1.6. Koji je poznati naučnik našeg porekla dobio čast da se po njemu nazove jedinica za induktivnost magnetnog polja?

Pitanje 1.7. Koliko iznosi vrednost termodinamičke temperature u stepenima Celzijusa koja odgovara vrednosti od 0 K?

Pitanje 1.8. Kolika sila deluje između dva beskonačno duga i paralelna pravolinijska provodnika zanemarivog poprečnog preseka na međusobnom rastojanju od 1 m u vakuumu kada kroz njih protiču struje od po 1 A?

Pitanje 1.9. Kolika je približna vrednost broja atoma odnosno molekula u jednom molu supstance (Avogadrov broj)?

Pitanje 1.10. Koja jedinica *SI* sistema se koristi za merenje energije i navesti uz pomoć kojih osnovnih jednica je izvedena?

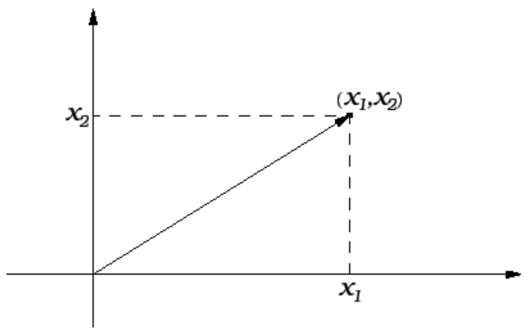
2. Vektori i tipovi fizičkih veličina

2. Zadatak: Koja uređena trojka predstavlja zbir vektora $\vec{a} = (5,4,-3)$ i vektora $\vec{b} = (2,1,-4)$?

U matematici i fizici se vrši proučavanje raznih veličina, od kojih su pojedine definisane samo svojim brojnim vrednostima (pozitivnim ili negativnim). Ove veličine se nazivaju *skalarima* i primeri skalarnih veličina su: zapremina, masa, temperatura, otpornost, kapacitivnost itd.

Druga vrsta veličina je ona kod koje je osim brojne vrednosti potrebno znati i njen pravac i smer. Ove fizičke veličine se nazivaju *vektorima,* i kao primeri mogu se uzeti brzina, ubrzanje, sila, pritisak, fizička polja, pomeraj itd.

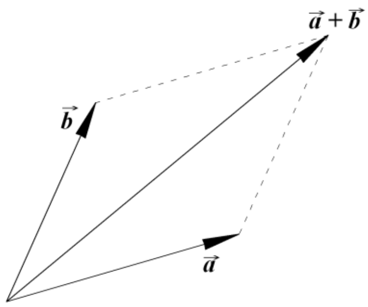
Geometrijska definicija vektora se svodi na njegovo predstavljanje u vidu usmerene duži, gde strelica označava smer vektora.



Vektor u ravni defisan koordinatama vrha sa početkom u koordinatnom početku

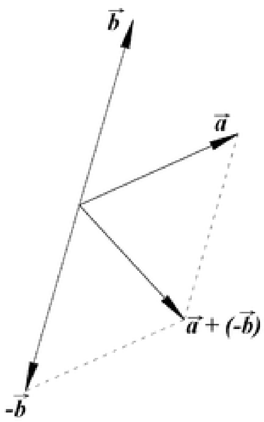
Vrh datog vektora $\vec{x}$ je definisan svojim koordinatama x_1 i x_2 i početkom koji se nalazi u koordinatnom početku; pravcem koji je određen pravom na kojoj leži; smerom označenim strelicom i intenzitetom (moduo) koji predstavlja dužinu vektora (usmerene duži).

Geomerijski se vektori mogu sabirati:



Geometrisko sabiranje dva vektora

Postupak kod geometrijskog sabiranja je da se translatornim pomeranjem vektori dovedu ili na zajednički početak (pravilo paralelograma) ili da se na vrh prvog (vektor $\vec{a}$) dovede početak drugog (vektor $\vec{b}$)(pravilo trougla). Rezultat ili rezultujući vektor se određuje ili kao dijagonala paralelograma ili treća stranica trougla.



Geometrijsko oduzimanje dva vektora

Kada je reč o oduzimanju ceo problem se svodi na sabiranje vektora $\vec{a}$ sa vrednošću $-\vec{b}$. Negativna vrednost nekog vektora je ustvari isti taj vektor suprotnog usmerenja.

Geometrijsko predstavljanje vektora nije pogodno za višedimenzionalne prostore (n>3), te se onda pribegava analitičkom definisanju preko uređenih n-torki realnih brojeva:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, ..., a_n)$$

gde su $a_1, a_2, ..., a_n$ koordinate vektora $\vec{a}$.

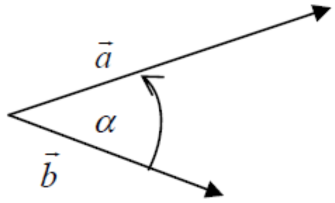
Ukoliko se neki drugi vektor $\vec{b}$ takođe predstavi uređenom n-torkom boreva $\vec{b} = (b_1, b_2, ..., b_n)$, tada se zbir vektora $\vec{a} + \vec{b}$ može napisati kao:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, ..., a_n + b_n)$$

Nad vektorima, kao i nad skalarima, je moguće vršiti operacije sabiranja i oduzimanja, dok množenje vektora može biti skalarno i vektorsko.

U slučaju skalarnog množenja dva vektora, rezultat koji se dobija je skalar, vrednost mu se određuje kao:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\theta .$$



Skalarno množenje dva vektora

Skalarni proizvod vektora je binarna operacija koja kao argumente uzima dva vektora a rezultat joj je skalar.

Skalarni proizvod je *komutativan*:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;

skalarni proizvod je *distributivan* u odnosu na sabiranje:

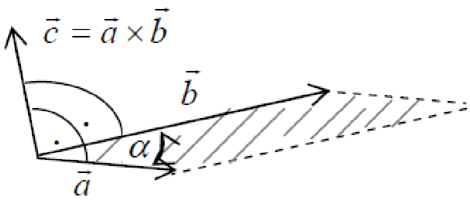
$$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c};$$

i važi još i sledeće:

$$(\alpha\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\alpha\vec{b})=\alpha\vec{a}\cdot\vec{b}.$$

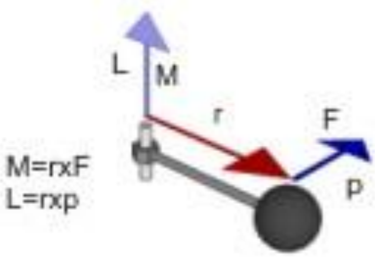
Vektorski proizvod vektora je binarna operacija koja kao argumente uzima dva vektora a rezultat joj je skalar. Intenzitet tako dobijenog vektora se određuje kao:

$$\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\sin\theta$$



Geometrijska interpretacija vektorskog proizvoda dva vektora

Intenzitet dobijenog vektora $\vec{c}$ odgovara površini paralelograma koji obrazuju vektori a i $\vec{b}$, pravac mu je upravan na površinu paralelograma koji obrazuju vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$, a smer mu je u pravcu napredovanja desnog zavrtnja idući od vekrora $\vec{a}$ ka vektoru $\vec{b}$.



Pravilo napredovanja desnog zavrtnja kod momenta sile *M* i momenta impulsa *L*

Pravilo je isto kao kod određivanje momenta sile ili momenta impulsa u dinamici rotacionog kretanja .

Vektorski proizvod je *antikomutativan*,

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a},$$

distributivan kod sabiranja,

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) + (\vec{a} \times \vec{c}),$$

i kompatibilan sa skalarnim množenjem, tako da je

$$(r\,\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (r\,\vec{b}) = r\,(\vec{a} \times \vec{b}).$$

Nije *asocijativan*, ali zadovoljava *Jacobijev identitet*:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0.$$

Vektorski proizvod ne podleže osobini poništavanja:

Ako je $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ *i* $a \neq 0$, tada je:

$(\vec{a} \times \vec{b}) - (\vec{a} \times \vec{c}) = 0$ i, po zakonu distribucije iznad:

$\vec{a} \times (\vec{b} - \vec{c}) = 0$

Sad, ako je $\vec{a}$ paralelan sa ($\vec{b} - \vec{c}$), tada, ćak i ako je $\vec{a} \neq 0$, moguće je da je $(\vec{b} - \vec{c}) \neq 0$, te dobijamo da je $\vec{b} \neq \vec{c}$.

Međutim, ako su i $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ *i* $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, tada se *može* zaključiti da je $\vec{b} = \vec{c}$.

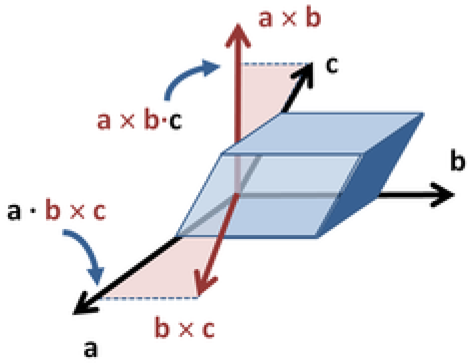
Zaista,

$\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0,$ *i*

$\vec{a} \times (\vec{b} - \vec{c}) = 0$

tako da je $\vec{b} - \vec{c}$ *i paralelno i normalno* na nenulti vektor $\vec{a}$. Ovo je jedino moguće ako je $\vec{b} - \vec{c} = 0.$

Pri množenju vektora postoji još jedna način na koji je to moguće ostvariti kada se radi sa tri vektora, a to je *mešoviti proizvod*.



Mešoviti proizvod vektora

Mešoviti proizvod vektora se obeležava kao $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ ili kao $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$.

Nikako ne može postojati $\left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right) \times \vec{c}$ ili $\vec{a} \times \left(\vec{b} \cdot \vec{c}\right)$ jer je skalarni proizvod dva vektora skalar, a vektorski proizvod je proizvod samo između dva vektora.

Kako je prikazano na slici mešoviti proizvod vektora je po vrednosti jednak zapremini paralelopipeda koji ovi vektori obrazuju. Takođe je očigledno da je mešoviti proizvod tri vektora jednak nuli pod uslovom da su sva tri vektora *komplanarna* (pripadaju istoj ravni). Dokaz poslednje tvrdnje proizilazi iz činjenice da je mešoviti proizvod jednak nuli ako su: 1. $(\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ ili ako je 2. $(\vec{a} \times \vec{b})$ normalno na $\vec{c}$. Ako je $(\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ onda su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ paralelni, pa su stoga komplanarnio sa bilo koji trećim vektorom $\vec{c}$. U drugom slučaju imamo da je $\vec{c}$ normalno na $(\vec{a} \times \vec{b})$, što znači da $\vec{c}$ pripada ravni vektora $\vec{a}, \vec{b}$ iz definicije vektorskog proizvoda.

Fizička veličina je definisana svojom brojnom vrednošću i jedinicom mere. Primer poslednje tvrdnje je kada kažemo da je masa tela 15 kg, čime znamo kolika je vrednost mase i u kojoj jedinici je iskazana (može biti i 150 dkg). Kada je definisanje mase u pitanju ovo je sasvim dovoljan podatak. Ovakva fizička veličina koja se može definisati brojem i jedinicom mere se naziva *skalarna fizička veličina.* Međutim, ukoliko bi se postavilo pitanje težine posmatranog tela, onda bi prosti proračun težine u obliku:

$$Q = m \cdot g = 15 kg \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 147{,}15 \text{ N}$$

bio nepotpun, pa čak i netačan. Razlog ovome je taj što je težina tela, u inercijalnom sistemu reference vezanom za Zemlju, sila kojom na posmatrano telo deluje gravitaciono polje Zemlje, tj. težina je *sila*, mera uzajamnog dejstva mase tela i zemlje. Sila je po svojoj definiciji *vektorska fizička veličina*, koja je definisana brojnom vrednošću (147,15), jedinicom mere (*N* – njutn), pravcem i smerom delovanja. Ispravan način zapisivanja prethodne jednačine bi bio:

$$\vec{Q} = m \cdot \vec{g} = 15kg \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 147{,}15 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

gde je $\vec{i}$ jedinični vektor.

Očigledno je da je obeležavanje težine kao vektorske fizičke veličine drugačije od skalara time što iznad oznake za težinu Q stoji strelica. Takođe se pojavljuje i veličina $\vec{g}$ koja pretstavlja ubrzanje, i to ubrzanje Zemljine teže. ovim postaje očigledno da imamo još jednu vektorsku fizičku veličinu: ubrzanje.

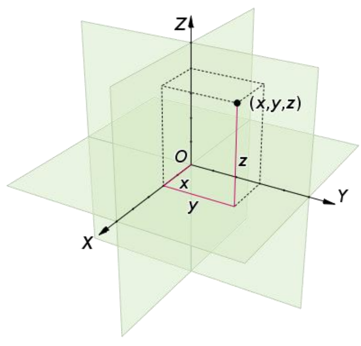
Osim pomenutih u vektorske fizičke veličine spadaju: *pomeraj, brzina, ugaona brzina, ugaono ubrzanje, impuls (količina kretanja), moment, pritisak,intenzitet fizičkog polja, dipolni moment, gustina struje....*

Skalarne fizičke veličine su: *dužina, površina, zapremina, gustina, vreme, masa, temperatura, rad, snaga, energija, količina naelektrisanja, količina supstance, kapacitivnost...*

Osobine vektora, njihove transformacije kao i matematičke operacije koje je moguće sprovoditi na njima detaljno su opisane kod teorije koja se odnosi na grupu zadataka i pitanja pod brojem 2. Potpuno je ista teorija primenjiva i na fizičke vektorske veličine.

U fizici se položaj tela definisanog (aproksimiranog) materijalnom tačkom[1] može predstaviti *vektorom položaja materijalne tačke*.

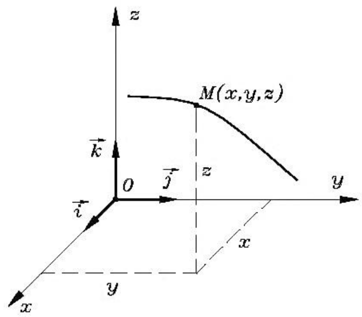
Posmatraćemo dekartov pravougli koordinatni sistem, koji se sastoji od tri uzajamno ortogonalne ose *x*, *y* i *z*.



[1] Materijalna tačka predstavlja telo konačne mase kome se mogu zanemariti dimenzije u posmatranom slučaju

Dekartov pravougli koordinatni system

Položaj materijalne tačke se može izraziti preko jediničnih (ort) vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ osa *x*, *y* i *z*, respektivno, kao $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$.



Položaj materijalne takče preko vektora položaja

Rastojanje materijalne tačke od koordinatnog početka će biti:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

što predstavlja moduo ili intenzitet vektora $\vec{r}$.

Na osnovu poznavanja osobina vektorskog proizvoda dolazimo do sledećih relacija između jediničnih vektora:

$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$

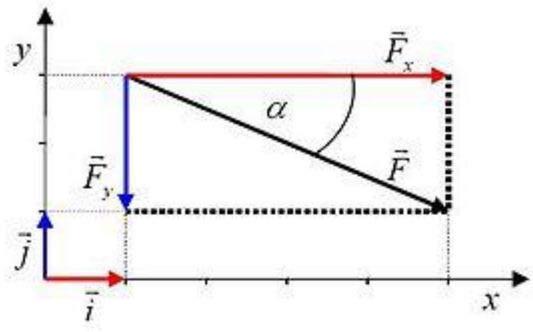
$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$.

Ukoliko posmatramo vektor položaja materijalne tačke u ravni, imaćemo da je njegov intenzitet u pravcu *x* ose:

$|\vec{r}_x| = |\vec{r}|\cos\alpha$, gde je α ugao koji vektor položaja gradi sa pozitivnim smerom *x* ose (videti sliku).

Analogno prethodnom intenzitet u pravcu *y* ose će biti:

$|\vec{r}_x| = |\vec{r}|\cos\theta$, gde je θ ugao koji vektor položaja gradi sa pozitivnim smerom *y* ose.



Rastavljanje vektora na komponente u *x*-0-*y* koordinatnom sistemu

Vektorima se u fizici mogu veoma slikovito predstaviti i *fizička polja.* Naime, svakolika materija se u fizici deli na *supstancu* i *fizička polja.* Čestice (atomi, molekuli...) i tela načinjena od čestica predstavljaju supstancu. S druge strane naizgled prazan prostor, poput onog u svemiru takođe predstavlja materiju u formi fizičkog polja jer se kroz njega prenosi *gravitaciono međudejstvo, elekrtomagnetni talasi* itd. to znači da se fizičko polje ne može videti, ali se jasno i nedvosmisleno može osetiti njegov uticaj.

Pitanje 2.1. Intenzitet vektora brzine kretanja materijalne tačke sa pozitivnim smerom x-ose zaklapa ugao od 60^o iznosi 10 *m/s*. Koliko iznosi komponenta ovog vektora u pravcu x-ose?

Pitanje 2.2. Ako je vektor u ravni definisan uređenim parom $\vec{a}$ =(3, 4), koliki je njegov moduo?

Pitanje 2.3. Koliki je skalarni proizvod dva uzajamno normalna vektora?

Pitanje 2.4. Šta predstavlja vektorski proizvod dva uzajamno normalna vektora?

Pitanje 2.5. Koje se pravilo primenjuje za određivanje smera vektora nastalog vektorskim proizvodom druga dva vektora?

Pitanje 2.6. Koje se sve operacije mogu vršiti nad vektorima?

Pitanje 2.7. Da li je operacija vektorskog proizvoda komutativna?

Pitanje 2.8. Šta predstavlja mešoviti proizvod dva vektora?

Pitanje 2.9. Ako su 3 vektora komplanarna (pripadaju istoj ravni) koliki je njihov mešoviti proizvod?

Pitanje 2.10. Šta se podrazumeva pod pojmom materijalne tačke?

Pitanje 2.11. Čemu je jednak proizvod jediničnih vektora $\vec{k} \times (-\vec{j})$?

Pitanje 2.12. Čemu je jednak skalarni proizvod vektora položaja materijalne tačke $\vec{r}$ i jediničnog vektora $\vec{i}$, ($\vec{r} \cdot \vec{i}$)?

Pitanje 2.13. Kako se može izraziti sinus ugla koji gradi vektor položaja materijalne tačke *M* sa pozitivnim smerom *x* ose?

Pitanje 2.14. Navesti primer za tri skalarne i tri vektorske fizičke veličine?

3. Kinematika materijalne tačke

3. Pitanje Kakve vrste kretanja postoje (prema obliku putanje, uzajamnom odnosu tačaka tela pri kretanju i prema stalnosti brzine)?

Kretanje i materija su neraskidivo povezani. Kretanje se uopšteno može podeliti na: *niže oblike kretanja – mehanička kretanja*, kod kojih još postoji kretanje u fizičkim poljima i *više oblike kretanja* – kretanje žive materije. Deo fizike koji se bavi izučavanjem najnižih oblika kretanja naziva se *mehanika* (videti poglavlje 5.). U mehanici postoji termin *opisivanje* kretanja pod kojim se podrazumeva određivanje:

- *trajektorije materijalnog objekta;*
- *položaja materijalnog objekta;*
- *pravca i smera kretanja materijalnog objekta,*
- *brzine i ubrzanja materijalnog objekta.*

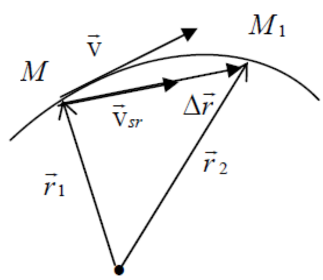
Pod trajektorijom se podrazumeva se podrazumeva geometrijsko mesto tačaka u prostoru kroz koje objekat sukcesivno (uzastopno) prolazi – *putanja* tela.

Celokupno izučavanje mehanike se svodi na dva idealizovana slučaja: *model materijalne tačke* (objašnjeno u prethodnom poglavlju) i *model krutog tela*[2].

Prema obliku trajektorije (putanje) kretanja se dele na: *pravolinijska* i *krivolinijska*.

Prema uzajamnom položaju tačaka tela pri kretanju, kretanja mogu biti: *translatorna* (svaka prava koja spaja dve tačke krutog tela se translatorno pomera) i *rotaciona* (tačke krutog tela se kreću po koncentričnim kružnicama).

U modelu materijalne tačke *pomeraj* se definiše kao promena vektora položaja materijalne tačke $\Delta\vec{r}$[3]. Kada bi se primer pojednostavio kao u slučaju pravolinijskog kretanja onda bi se imala veličina poznata od ranije, *pređeni put s*.



Promena položaja materijalne tačke - pomeraj

Ako bi se pomeraj $\Delta\vec{r}$ (ili već pomenuto s) desio u nekom intervalu vremena Δt ($t_2 - t_1 = \Delta t$), onda bi se mogla izračunati srednja brzina kretanja materijalne tačke kao:

$$v_{sr} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}.$$

Ovakav slučaj je moguć u relativno kratkim vremenskim intervalima, jer u prirodi postoji malo primera gde tela prelaze iste puteve za iste intervale vremena. Zapravo najčešći

2 Kruto telo je takvo telo kod koga ne dolazi do promene oblika usled dejstva spoljašnnjih sila.
3 U fizici se sa Δ označava promena vrednosti neke fizičke veličine, videti prilog 1.

slučaj je da se tela (materijalne tačke) kreću vremenski promenljivim brzinama.

Ukoliko se materijalna tačka kreće u vremenskom intervalu Δt_1 nekom stalnom brzinom v_1, u narednom vremenskom intervalu Δt_2 nekom drugom konstantnom brzinom v_2 i u trećem uzastopnom vremenskom intervalu Δt_3 nepromenljivom brzinom v_3, onda će mu ukupna srednja brzina biti:

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_3}{t_1 + t_2 + t_3}$$

Ili u slučaju poznatih brzina i pređenih puteva:

$$v_{sr} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \frac{s_3}{v_3}}$$

S obzirom da znamo da je većina kretanja promenljiva sa stanovišta stalnosti brzine (ovde se za sada govori o pravolinijskom kretanju), moguće je uvesti novu fiziku veličinu.
Po analogiji sa promenom položaja materijalne tačke Δr (pomerajem) u vremenskom intervalu Δt, moguće je definisati promenu vektora brzine Δv u nekom vremenskom intervalu Δt, kao:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

čime je određeno ubrzanje $\vec{a}$, kao vrenost promene brzine u jedinici vremena. Kod pravolinijskog kretanja promena vektora brzine može se ostvariti samo po intenzitetu[4], tako da možemo govoriti o „ubrzanju“ i o „usporenju“. Bilo ubrzanje bilo usporenje se može ostvariti kod tela koje je relativno mirovalo, tj. nije se kretalo pa stoga nije imalo nikavu početnu brzinu $v_0 = 0$, ili kod tela koja su se već kretala nekom konstantnom brzinom $v_0 \neq 0$. U pomenutim slučajevima vrednost brzine po isteku nekog vremena t od početka ubrzavanja ili usporavanja će biti:

[4] Važno je reći da promena brzine može nastati i usled promene pravca i smera njenog vektora što takođe ima za posledicu pojavu ubrzanja, a ne samo promena intenziteta.

$$v = v_0 \pm a \cdot t$$

dok će pređeni put iznositi:

$$s = v_0 t \pm \frac{1}{2} a t^2$$

U slučaju obrtnog ili rotacionog kretanja (trajektorije svih tačaka tela opisuju koncentrične krugove) *ugaona* brzina se definiše kao:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta}{t}$$

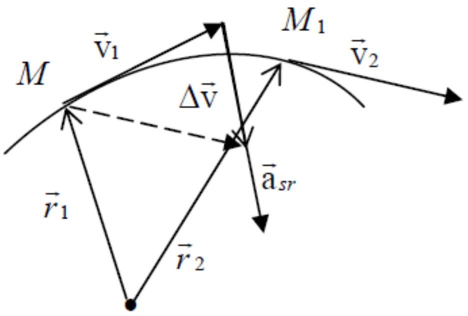
gde je θ ugaoni pomeraj a t vreme za koje se on desio. Ovaj slučaj se odnosi na ravnomerno (jednake brzine) rotaciono kretanje, ili za slučaj računanja srednje ugaone brzine.

Kada telo ili materijalna tačka prelazi iste vrednosti ugaonog pomeraja za iste vremenske trenutke njegova ugaona brzina se ne menja, dok će mu intenzitet linearne brzine zavisiti od poluprečnika rotacije *r*.

$$v = \omega \cdot r = \frac{\theta}{t} r$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Za razliku od pravolinijskog kretanja kod rotacionog postoje dve vrste ubrzanja: *tangencijalno* a_t i *normalno* a_n ubrzanje. Tangencijalno ubrzanje se javlja jednako kod pravolinijskog i kod rotacionog (krivolinijskog) kretanja pri promeni intenziteta brzine. Normalno ubrzanje nastaje kao posledica stalne promene pravca vektora brzine.



Promena položaja vektora brzine

Za sada je sasvim dovoljno da se zna da je:

a) tangencijalno ubrzanje: $a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ i

b) normalno ubrzanje: $a_n = \dfrac{v^2}{r}$.

Pošto je rotaciono kretanje jedan od vidova krivoliniskog kretanja, a na osnovu onoga što se zna o komponentama ubrzanja, odnosno njihovim vrednostima, razlikuju se četiri slučaja:

1) $a_n = 0$ i $a_t = 0$, u pitanju je pravolinijsko kretanje bez promene intenziteta brzine;
2) $a_n \neq 0$ i $a_t = 0$, u pitanju je krivolinijsko kretanje bez promene intenziteta brzine;
3) $a_n = 0$ i $a_t \neq 0$, u pitanju je pravolinijsko kretanje sa promenom intenziteta brzine;
4) $a_n \neq 0$ i $a_t \neq 0$, u pitanju je krivolinijsko kretanje sa promenom intenziteta brzine.

Pitanje 3.1. Kako se zove deo fizike koji se bavi najnižim oblicima kretanja?

Pitanje 3.2. Čime se opisuje kretanje u mehanici?

Pitanje 3.3. Šta predstavlja trajektoriju tela?

Pitanje 3.4. Kako se dele kretanja prema obliku trajektorije?

Pitanje 3.5. Kakva mogu biti kretanja prema uzajamnom položaju tačaka tela pri kretanju?

Pitanje 3.6. Ako se telo kretalo za t_1 = 10s brzinom v_1= 10 m/s, zatim u drugom intervalu vremena t_2 = 15 s brzinom v_2 = 30 m/s i konačno u toku t_3 = 25 s brzinom v_1 = 20 m/s, kolka je bila srednja brzina tela na celom putu?

Pitanje 3.7. Kako se definiše ubrzanje materijalne tačke?

Pitanje 3.8. Polazeći iz mira vozilo postigne brzinu od 54 km/h ravnomerno ubrzavajući tokom 10 s. Koliki put pređe vozilo za to vreme?

Pitanje 3.9. Vozilo se kreće sa stalnim ubrzanjem od 1,5 m/s^2. Koliki put pređe vozilo tokom povećavanja brzine od 54 km/h do 60 km/h?

Pitanje 3.10. Materijalna tačka se kreće krivolinijski bez promene intenziteta brzine. Koje vrednosti normalnog a_n i tangencijalnog a_t ubrzanje materijalna tada ima tačka?

Pitanje 3.11. Ako su vrednosti za a_n i a_t trazličite od nule kako je tada kretanje materijalne tačke?

4. Materija – supstanca i polje, osnovna međudejstva

4. Pitanje: Navedite koliko ima i koje su osnovne vrste međudejstava?

Fizičko polje predstavlja medijum ili posrednika u prenošenju osnovnih *međudejstava* odnosno *sila*. U prirodi postoje četri osnovna tipa međudejstva: *gravitaciono, elektromagnetno, jako nuklearni* i *slabo nuklearno.* Svako međudejstvo ima svoj domet svoje izazivače i prenosioce.

Gravitaciono međudejstvo (G) ima beskonačan domet. Nosilac međudejstva, čestica nazvana *graviton*, još uvek nije detektovana, te se smatra da je ovo međudejstvo svojstvo samog prostora. Inače u gravitacionom međudejstvu učestvuju sve čestice.

Elektromagnetno (E) međudejstvo takođe ima neograničen radijus delovanja. Fotoni predstavljaju nosioce ovog međudejstva, odnosno nosioce elektromagnetnih talasa. Elektromagnetno međudejstvo utiče na čestice sa naelektrisanjem.

Jako (S) i slabo (W) nuklearno međudejstva su ograničena na jezgro atoma, te su im dometi reda veličine 10^{-15} i 10^{-18} respektivno. Prenosioci jakog nuklearnog međudejstva su *gluoni* (*mezoni*) a slabog *vikoni* (*leptoni, hadroni).*

Inače po intezitetu najjače međudejstvo je jako nuklearno međudejstvo. Ako njegov intenzitet uzmemo za jedinicu S=1, onda su intenziteti ostala tri u odnosu na S:

$E=10^{-2}$ (elektrostatičko)

$W=10^{-10}$ (slabo nuklearno) i

$G=10^{-37}$ (gravitaciono).

Gravitaciono međudejstvo ili gravitaciona sila se javlja između masa. Ovo međudejstvo se u svakodnevnom životu veoma teško uočava zbog njegovog slabog intenziteta i uticaja dominantnog Zemljinog *gravitacionog polja*. Usamljena masa bi na sve ostale mase delovala svojim poljem čiji će intenzitet zavisiti od vrednosti mase tela (m_0) i rastojanja od njegovog centra mase (r), a proporcionalan je univerzalnoj gravitacionoj konstanti γ:

$$G = \gamma \frac{m_0}{r^2} ,$$

gde vrednost univerzalne gravitacione konstante iznosi $\gamma=6{,}673\cdot10^{-11}\mathrm{Nm^2/kg^2}$ (njutn-metar na kvadrat po kilogramu na kvadrat).

Sila kojom telo mase m_0 deluje na neko telo mase m iznosiće, pod uslovom da se tela posmatraju kao materijalne tačke:

$$F_g = \gamma \frac{m_0 \cdot m}{r^2} .$$

Očigledno je da intenziteti gravitacionog polja i gravitacione sile opadaju sa *kvadratom rastojanja*. I pored toga gravitaciono međudejstvo je najmoćnija sila u univerzumu. Ona drži na okupu planetarne sisteme, zvezdana jata, galaksije i još veće i fascinantnije strukture kao što su galaktička jata. Razlog ovome leži u činjenici da su mase nebeskih objekata izuzetno velike (masa Zemlje je oko $5{,}9736\cdot10^{24}$ kg, a masa Sunca oko $1{,}9891 \cdot 10^{30}$ kg). Mase nekih zvezda mogu biti i nekoliko stotina ili hiljada puta veće od mase našeg Sunca. Takođe, gravitaciona sila na kraju može pobediti i slabo nuklearno međudejsvo, kada nastaju *neutronske zvezde* ili čak nepovratno privući i samu svetlost kao u slučaju *crnih rupa*.

Elektromagnetno međudejstvo ili elektromagnetna sila se sastoji od svoje dve komponente: *elektrostatičke* ili *Kulonove sile* (*Charles-Augustin de Coulomb*, 1736. – 1806.; francuski fizičar) i *magnetne* ili *Lorencove sile* (*Hendrik Antoon Lorentz*, 1853. - 1928.; holandski fizičar).

Elektrostatička sila se manifestuje u prostoru elektrostatičkog polja i po mnogo čemu postoji analogija pri njenom definisanju sa definisanjem gravitacionog polja i sile:

$$E = k\frac{q_0}{r} \text{ i}$$

$$F_C = k\frac{q_0 \cdot q}{r^2}.$$

Kao i u slučaju gracitacionog polja G i kod elektrostatičkog polja intenzitet opada proporcionalno rastojanju. Međutim kod elektrostatičkog polja intenzitet je proporcionalan količini naelektrisanja koje stvara polje q_0 i *elektrostatičkoj konstanti* k čija je vrednost za vakuum $k=9\cdot10^9$ Nm^2/C^2 (njutn-metar na kvadrat po kulonu na kvadrat).

Elektrostatička konstanta k se može napisati i kao:

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, gde je ε_0 *dielektrična konstanta* (*dielektrična permitivnost*) vakuuma, čija je vrednost $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$As/Vm (amper-sekundi po volt-metru) ili F/m (farad po metru). Ukoliko s posmatra elektrostatičko polje u nekoj drugoj sredini onda se koristi pojam *relativne dielektrične permitivnosti* ε_r, koja pokazuju koliko pomenuta sredina više puta utiče na intenzitet polja u odnosu na vakuum. Relativna dielektrična permitivnost je inače bezdimenziona veličina. Permitivnost za slučaj sredine različite od vakuuma će onda biti jednaka proizvodu dielektrične konstante i relativne dielektrične permitivnosti:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r .$$

Po analogiji sa gravitacionom silom Kulonova sila će biti:

$$F_C = k\frac{q_0 \cdot q}{r^2}.$$

Za *magnetizam* se znalo veoma davno. Stari Kinezi su primetili da se feromagnetni materijali orijentišu u pravcu sever – jug. Ovo svojstvo su upotrebili za pronalazak *kompasa*, a polje koje je vršilo orijentaciju magnetne igle je *magnetno polje Zemlje* i naučno je potvrđeno mnogo godina kasnije. Magnetno polje naše planete predstavlja poslednju liniju odbrane površine od štetnog dejstva raznih tipova zračenja koja nam dolaze iz vasione. Tom prilikom dolazi do sudaranja čestica zračenja sa gasovima iz gornjih slojeva atmosfere što uzrokuje intenzivnu jonizaciju koja se vizuelno doživljava kao *aurora borealis* ili *polarna svetlost*.

Magnetno polje, kako je rečeno, potiče od materijala sa magnetnim karakteristikama (pojedine rude, naročito gvozdene) ili od pokretnog naelektrisanja, odnosno *električne struje.*

Magnetno dejstvo ili *Lorencova sila* se može objasniti na primeru dva elektrona naelektrisanja q koji se kreću jednakim brzinama v po paralelnim putanjama. Ako se elektroni postave u pokretni sistem reference, a posmatrač u nepokretni, onda će sila između dva elektrona njihovom sistemu reference F_p biti:

$$F_p = \frac{F_n}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

dok će za nepokretnog posmatrača F_n ona iznositi:

$$F_n = F_p\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$F_n = k\frac{q^2}{r^2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$F_n = k\frac{q^2}{r^2} - \frac{k}{c^2}\frac{q^2 v^2}{r^2}$$

Važno je reći da će ukupna sila dejstva uvek biti manja od čisto Kulonove za slučaj da se elektroni kreću istosmerno i veća od Kulonove kada se kreću u suprotnim smerovima.

Drugi član sa desne strane predstavlja izraz za Lorencovu silu. Oblik u kome je poznatija se dobija kao:

$$F_l = qv\frac{k}{c^2}\frac{qv}{r^2}$$

$$\frac{k}{c^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{r^2} = B$$

gde B označava *indukciju* magnetnog polja ili *gustinu fluksa* magnetnog polja, dok je μ_0 *magnetna permeabilnost vakuuma*. Onda je Lorencova sila:

$$F_l = qvB.$$

Poslednji izraz se susreće kod dejstva homogenog magnetnog polja kada u njega uleti elektron nekom brzinom v. Ukoliko uleti pod uglom od 90° ($\pi/4$), počeće da se kreće spiralno po kružnici prečnika:

$$R = \frac{m_e \cdot v}{eB}$$

gde su m_e i e masa elektrona i njegovo naelektrisanje, respektivno.

Pitanje 4.1. Koji su pojavni oblici materije?

Pitanje 4.2. Koliki je domet gravitacionog međudejstva?

Pitanje 4.3. Šta predstavlja prenosioca elektromagnetnog međudejsva?

Pitanje 4.4. Koje čestice su prenosioci slabog, a koje jakog međudejstva?

Pitanje 4.5. Gde se pojavljuju jako i slabo nuklearno međudejsvo?

Pitanje 4.6. Koje je međudejstvo najjače po intenzitetu?

Pitanje 4.7. Ako se rastojanje između objekata masa m_1 i m_2 poveća 3 puta, koliko puta se promeni gravitaciona sila koja deluje između njih?

Pitanje 4.8. Na naelektrisanje od 1 C koje ulazi brzinom od 8 m/s pod pravim uglom na linije sila magnetnog polja deluje sila od 4 N. Kolika je vrednost indukcije magnetnog polja?

Pitanje 4.9. Kolika sila deluje na naelektrisanje od 1 C koje ulazi brzinom od 8 m/s pod pravim uglom na linije sila magnetnog polja indukcije 2 T?

5. Klasična dinamika

5. Pitanje: Ko je snažniji: muškarac od 80 kg koji se popne uz stepenice na visinu od 10m za 8 s, ili žena od 55 kg koja se uz iste stepenice popne za 5 s? Vrednost gravitacione konstante g uzeti kao približno 10m/s^2.

Mehanika je reč grčkog porekla (mihaniki – μηχανική) koja označava pojave kretanja i ravnoteže tela pod delovanjem sila. Mehanika koja razmatra kretanja čije su brzine daleko manje od brzine svetlosti, a mase daleko veće od mase atoma, naziva se *klasična* ili *Njutnova mehanika*. Njutnovi postulati – zakoni daju odgovor kako odrediti način kretanja tela ako su mu poznate karakteristike (masa, naelektrisanje, zapremina...) i položaj u prostoru. Prilikom definisanja Njutnovih zakona (*sir Isaac Newton*, 1643. – 1727.; engleski matematičar i fizičar) važno je ustanoviti dva principa: ***apsolutnost prostora*** i ***apsolutnost vremena***, što u stvari znači da se različiti referentni sistemi nalaze u istom prostoru i da u svim sistemima reference vreme protiče na isti način.

Mehanika uopšteno deli na: *mehaniku krutih tela i materijalne tačke, menahika deformacije čvrstih tela* i *mehaniku tečnosti* (*fluida*).

Mehanika krutih tela i materijalne tačke se dalje deli na:

- *statiku* – koja izučava probleme ravnoteže tela;
- *kinematiku* – koja izučava kretanje tela ne uzimajući mu u obzir masu ili moment inercije ni uzročnike kretanja (silu ili moment sile) i

- *dinamiku* – koja se bavi kretanjem preko analize uzročnika kretanja i karakteristike tela.

Od naročitog je interesa definisati pojam mehaničke sile, poznavati na koji se način dejstvo više sila na telo može kombinovati u cilju dobijanja *rezultujuće sile*, definiše se masa kao mera inercije tela i nalazi se način za izračunavanje sile prema osobinama tela i njegovog okruženja. Za postizanje pomenutih ciljeva u slučajevima tela koja se kreću brzinama daleko manjim od brzine svetlosti i masama daleko većim od masa atoma, koriste se *Njutnovi zakoni*.

I Njutnov zakon: Telo miruje ili se kreće konstantnom brzinom (brzina kao vektor) ako na njega ne deluje nikakva sila ili ako je rezultanta svih sila koje na njega deluju jednaka nuli.

$\vec{F} = 0 \Rightarrow m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = 0$, gde je $\vec{F}$ sila, Δv promena brzine a Δt vremenski interval.

Jedinica mere za silu je njutn, $N = kg\dfrac{m}{s^2}$.

Kako u prethodnoj jednačini masa nije jednaka nuli (telo svakako poseduje masu), onda je član $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ jednak nuli, te zaključujemo da nema promene brzine ($\Delta v = 0$) ili da je brzina jednaka nuli.

II Njutnov zakon: Ukupni intenzitet sile koja deluje na telo je jednak brzini promene količine kretanja (impulsa).

$\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(m\cdot\vec{v})}{\Delta t}$, a kako je pri većini kretanja masa konstantna onda je

$\vec{F} = m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\cdot\vec{a}$.

Ovo se takođe može protumačiti i na način da dejstvo sile na neko telo uzrokuje njegovo ubrzano kretanje ili da je ubrzanje tela proporcionalno sili koja na njega deluje.

III Njutnov zakon: Sve sile postoje u parovima, često nazivan i *zakonom akcije i reakcije* – ako neko telo *A* deluje na neko telo *B* silom $\vec{F}_A$, onda i telo *B* deluje na telo *A* silom $\vec{F}_B$ koja je istog pravca i intenziteta kao i $\vec{F}_A$, ali suprotnog smera: $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (pod uslovom da su tela A i B u međusobnom kontaktu ili se kreću, a relativna brzina im je daleko manja od brzine svetlosti $<< c$).

Primeri sila u mehanici su: *gravitaciona sila, normalna sila (reakcija podloge), težina, sila zatezanja, sile trenja, otporna sila sredine, centrifugalna i centripetalna sila.*

Mehanički rad predstavlja meru razmene energije između dva sistema koji se nalaze u interakciji. Prenos energije se u klasičnoj mehanici ostaruje dejstvom sile. Najčešće se može pojednostaviti kao dejstvo sile na nekom konačnom putu:

$A = \vec{F} \cdot \vec{s}$, gde je *A* mehanički rad a $\vec{s}$ put ili pomeraj.

Rad je skalarna veličina, te je jasno da je prethodna jenačina u stvari skalrni proizvod dva vektora te će onda biti da je rad:

$A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$, gde je α ugao koji zaklapaju vektori brzine i puta.

Jedinica veličine za mehanički rad je $J = kg\frac{m^2}{s^2}$ (džul), po engleskom fizičaru James Prescott Joule-u (*James Prescot Joules,* 1818. – 1889.; engleski fizičar i pivar).

Snaga je skalarna fizička veličina koja određuje način vršenja rad u vremenu. Može se sresti i uprošćena definicija da je snaga brzina vršenja rada.

$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos\alpha$, gde je α ugao između pravca dejstva sile $\vec{F}$ i pravca vektora brzine tela $\vec{v}$.

Jedinica veličine za snagu u SI sistemu mera je $W = kg\frac{m^2}{s^3} = N\frac{m}{s}$ (vat) po Džejmsu Vat-u (*James Watt*, 1736. – 1819.; škotski pronalazač i inženjer).

Energija je sposobnost nekog sistema da vrši mehanički rad, emituje toplotu ili zračenje. Veoma često se može čuti i da je energija mogućnost vršenja rada. Jedinica za energiju u međunarodnom *SI* sistemu je džul: $J = kg\frac{m^2}{s^2}$.

Karakteristike energije su da se može:

- preneti iz jednog sistema u drugi
- skladištiti
- pretvarati iz jednog oblika u drugi
- uništiti
- pojaviti u raznim pojavnim oblicima.

Pojavni oblici energije su:

- potencijalna energija
- kinetička energija
- rotaciona energija
- toplotna energija
- hemijska energija
- energija zračenja
- električna energija
- magnetna energija
- atomska energija.

U *zatvorenom sistemu* (onaj kod koga se može zanemariti dejstvo spoljašnjih sila) ukupna količina energije je konstantna veličina:

$E_{ukupno} = E_1 + E_2 + E_3 + ... + E_n = \sum_{i=1}^{n} E_i = const.$, gde su E_1, E_2, ..., E_n različiti oblici energije.

Za energiju je vezana tvrdnja da se ona ne može ni stvoriti ni uništiti već samo prelaziti iz jednog oblika udrugi, što predstavlja ***zakon održanja energije***. Primer ove tvrdnje je stalno pretvaranje potencijalne energije u kinetičku i obratno. Dečak koji stoji na 5-metarskoj platformi za skokove u vodu u odnosu na površinu vode ima *potencijalnu energiju* koju često nazivamo i energijom položaja. On ima mogućnost da izverši rad ukoliko skoči sa platforme u vodu.

$E_p = m \cdot g \cdot h$, gde je E_p potencijalna energija, *m* masa dečaka, *g* gravitaciona konstanta i *h* visina platforme.

Ukupna količina energije koju tada poseduje dečak na platformi je:

$$E_{ukupno} = E_k + E_p = 0 + E_p = m \cdot g \cdot h$$

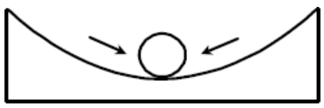
Kada se odrazi i krene ka površini vode, dečak će gubiti svoju potencijalnu energiju (vrednost za *h* se smanjuje sve do nule), a dobijaće sve veću i veću brzinu pod dejstvom gravitacionog ubrzanja što će mu povećavati *kinetičku energiju*.

$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$, gde je E_k kinetička energija i *v* brzina.

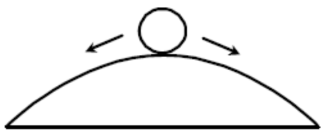
U trenutku kada dodirne vodu sva njegova potencijalna energija nestaje, ali zato mu je kinetička na maksimalnoj vrednosti, i tada je:

$$E_{ukupno} = E_k + E_p = E_k + 0 = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

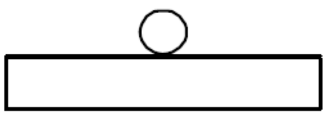
Kruto telo sa stanovišta vrednosti potencijalne energije može imati tri vrste *ravnoteže*.



a) stabilna ravnoteža E_p=*min.*



b) labilna ravnoteža E_p=*max.*



c) indiferentna ravnoteža E_p=*const.*

Uslov ravnoteže tela je da ukupna sila koja na njega deluje u polju u kome se ono nalazi (uglavnom gravitaciono polje Zemlje) bude jednaka nuli:

$$F_{ukupno} = 0$$

Promena potencijalne energije tela u gravitacionom polju u stvari predstavlja rad sile gravitacije te se može napisati:

$$F \cdot \Delta x = -\Delta E_p$$

gde je Δx put koji je telo prešlo pod dejstvom siler gravitacije *F,* a promena potencijalne energije ΔE_p ima negativan predznak jer dolazi do njenog smanjivanja. Na osnovu poslednje jednačine se može napisati da je:

$$F = -\frac{\Delta E_p}{\Delta x} = -\frac{dE_p}{dx} \quad ([5])$$

Odavde se zaključuje da su mogući uslovi ravnoteže postignutzi onda kada je:

1) $E_p = E_p^{\max.}$

2) $E_p = E_p^{\min.}$

3) $E_p = const.$

Kada je vrednost potencijalne energije maksimalna onda se govori o *labilnoj ravnoteži,* kada je potencijalna energija tela minimalna onda je to *stabilna ravnoteža* o kada se potencijalna energija održava na konstantnom nivou imamo *indiferntnu ravnotežu.*

Osim zakona održanja energije među osnovnim zakonima fizike se nalazi i ***zakon održanja količine kretanja*** (zakon održanja impulsa). Zakon održanja količine kretanja je primenljiv ***i za slučajeve*** u kojima ne važe Njutnovi zakoni, odnosno zakoni klasične fizike.

Kako je već rečeno kod zatvorenog sistema se ima da je $\sum F_{spoljašnje} = 0$, odnosno centar mase ovakvog sistema se kreće inercijalno tj. jednoliko i pravolinijski (posledica I Njutnovog zakona), pri čemu je brzina kretanja centra mase sistema $v << c$, gde je c brzina svetlosti. Ukoliko se ukupna masa sistema ne menja onda nema ni promene impulsa:

([5]) $\frac{dE_p}{dx}$ predstavlja prvi izvod funkcije potencijalne energije od puta *x*. Prvi izvod funkcije u nekoj tački predstavlja koeficijent pravca (tangens ugla sa *x* osom koordinatnog sistema) i jednak je nuli kada funkcija dostiže ekstremnu vrednost ili kada je konstantne vrednosti. Videti prilog 1.

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ odnosno,

$\Delta\vec{p} = m \cdot \Delta\vec{v} = \vec{F} \cdot \Delta t$,

a kako je u zatvorenom sistemu $\vec{F}$ =0 i $\Delta\vec{v}$ =0, onda je i promena impulsa $\Delta\vec{p} = 0$, tj. količina kretanja ima konstantnu vrednost.

U zatvorenim sistemima važi zakon akcije i reakcije (III Njutnov zakon). Kako je $\sum \vec{F}_{spoljašnje} = 0$, onda se ima je:

$\sum\left(\vec{F}_A - \vec{F}_R\right) = 0$, tj.

$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$.

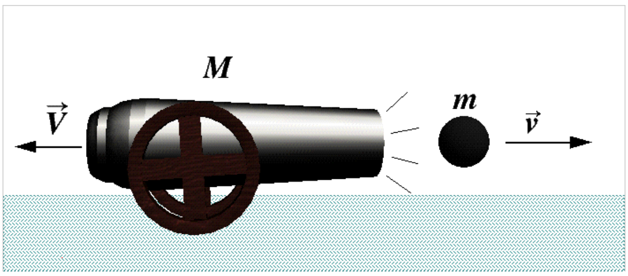
Na osnovu poslednje jednačine i II Njutnovog zakona važi:

$$\frac{\Delta\vec{p}_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_B}{\Delta t}$$
$$\Delta\vec{p}_A = -\Delta\vec{p}_B$$
$$\Delta\vec{p}_A + \Delta\vec{p}_B = 0$$

U zatvorenom sistemu vrednost ukupnog impulsa će iznositi:

$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = const.$, gde je $\vec{p}$ ukupan impuls a $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2 \ldots$ impulsi pojedinih tela u sistemu.

Primer zakona održanja količine kretanja je trzaj topa prilikom ispaljivanja granate.



Top ispaljuje granatu mase *m*, brzinom $\vec{v}$, pri čemu
se top mase *M* kreće u suprotnom smeru od đuleta brzinom $\vec{V}$

Za primer prikazan na slici važi:

$$m \cdot \vec{v} = -M \cdot \vec{V} \Rightarrow \vec{p}_{topa} = -\vec{p}_{đuleta}$$

$$\vec{p}_{ukupno} = \vec{p}_{topa} - \vec{p}_{đuleta} = 0\,.$$

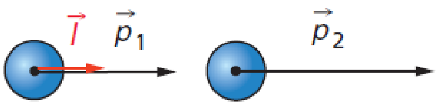
Zgodno je na ovom mestu analizirati uzroke promene impulsa tela. Naime promena vektora impulsa može nastati usled tri moguća razloga:

1) promene intenziteta brzine kojom se telo kreće;
2) promene pravca brzine kojim se telo kreće;
3) promene mase tela u toku kretanja (*reaktivno kretanje – let rakete*).

Sudari su izolovani događaji u kojem se dva ili više pokretnih tela deluju jedno na drugo bez uticaja spoljašnjih sila u relativno kratkom vremenskom intervalu.
Kod sudara uvek važi zakon održanja impulsa. U slučaju da su sudari *elastični* važi i zakon održanja mehaničke energije. Osim elastičnih postoje i *neelastični sudari* kod kojih važi samo zakon održanja količine kretanja.
Potpuno elastični sudari sudari mogu biti:

a) sa rasejanjem i
b) bez rasejanja.

Kod potpuno elastičnih sudara bez rasejanja centri mase tela koja se sudaraju leže na pravcu njihovog kretanja.



Potpuno elastičnio sudar bez rasejanja: $\vec{I} = \Delta\vec{p}$, promena impulsa ima isti pravac kao i impulsi tela koja učestvuju u njemu

Ovde važe i zakon održanja impulsa:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

gde su m_1 i m_2 mase tela, v_1 i v_2 njihove brzine pre sudara i v_1' i v_2' njihove brzine posle sudara.
Pošto se radi o elastičnim sudarima onda važi i zakon održanja mehaničke energije:

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2}$$

Radi jednostavnosti se može uzeti da drugo telo mase m_2 miruje pre sudara v_2=0, pa će onda biti:

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

$$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} = \frac{m_1 \cdot v_1'^2}{2} + \frac{m_2 \cdot v_2'^2}{2}$$

Ako se u jednačini održanja količine kretanja članove koji sadrže m_1 prebace na levu stranu dobija se:

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2'$$

Sličnom transformavijom jednačine održanja mehaničke energije se dolazi do:

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2$$

Ako se iz prve jednačine izrazi razlika brzina kao: $(v_1 - v_1') = \frac{m_2}{m_1} v_2'$ i ubaci u drugi jednačinu kod razlike kvadrata $(v_1^2 - v_1'^2) = (v_1 - v_1') \cdot (v_1 + v_1')$, dobiće se da je: $v_1 + v_1' = v_2'$. Ovo naravno važi uz uslov da je $v_1 - v_1' \neq 0$, što ako nije ispunjeno zanči da sudara nije ni bilo. Dalje, zamenom izraza za brzinu drugog tela u jednačini održanja količine kretanja dolazi se do:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \text{ i}$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Na osnovu poslednjih relacija se može zaključiti da u slučaju podjednakih masa tela koja učestvuju u potpuno elastičnom sudaru bez rasejanja dolazi do *maksimalne predaje energije* (m_1=m_2 $\Rightarrow v_1' = 0; v_2' = v_1$), tj. sva kinetička energija prvog tela je predata drugom:

$$E_{K1} = E'_{K2}$$

$$\Delta E_K = E'_{K1} - E_{K1} = E'_{K2}.$$

Pitanje 5.1. Šta znače principi apsolutnosti vremena i prostora?

Pitanje 5.2. Kako se može podeliti klasična mehanika?

Pitanje 5.3. Kako se može podeliti mehanika krutih tela?

Pitanje 5.4. Kolika sila deluje na telo koje se kreće konstantnom brzinom?

Pitanje 5.5. Kolika sila deluje na telo ako mu je promena impulsa $\Delta p = 0$?

Pitanje 5.6. Lift se kreće prema gore sa ubrzanjem od 1 m/s^2. Ako ubrzanje slobodnog padanja iznosi približno 10 m/s^2, kolika će u njemu biti težina čoveka mase 80 kg?

Pitanje 5.7. Navesti primere nekih mehaničkih sila?

Pitanje 5.8. Da li rad predstavlja vektorski ili skalarni proizvod sile i puta na kome ona deluje?

Pitanje 5.9. Navesti koje su karakteristike energije?

Pitanje 5.10. Kada se brzina tela mase *m* poveća 2 puta, koliko se promeni njegova kinetička energija?

Pitanje 5.11. Kako glasi zakon održanja mehaničke energije?

Pitanje 5.12. Kolika je potencijalna energija tela koje leži na ravnom tlu u sistemu reference vezanom za Zemlju?

Pitanje 5.13. Koji tipovi ravnoteže postoje?

Pitanje 5.14. Kolika je potencijalna energija kod indiferentne ravnoteže?

Pitanje 5.15. Šta predstavlja promena potencijalne energije u gravitacionom polju?

Pitanje 5.16. Koji se zakon odnosi na kretanje centra mase zatvorenog sistema?

Pitanje 5.17. Koji su mogući uzroci promene impulsa (količine kretanja) tela?

Pitanje 5.18. Šta su to sudari?

Pitanje 5.19. Koji zakon održanja važi kod svih tipova sudara?

6. Međumolekulske veze i elastične osobine tela

6. Pitanje: Kako se zove granica do koje važi Hukov (Hoock-ev) zakon?

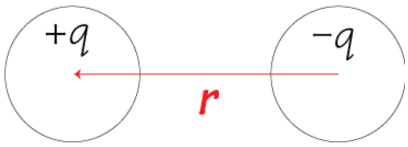
Osobine molekularnih kolektiva isključivo zavise od prisutnih međumolekulskih veza odnosno sila. Međumolekulske sile kod tela koje pokazuju *elastične osobine* teže da telo zadrže u početnom obliku ukoliko na njega deluje neka spoljašnja sila. Dalji tekst će se isključivo baviti ponašanjem elastičnih tela i njihovim deformacijama.

Međumolekulske sile mogu biti:

- dipol – dipol interakcije i
- dipol – indukovani dipol interakcije.

Razlog postojanja ovakvih interakcija je u tome što se u većini molekula prilikom formiranja *hemijskih veza*[6] dolazi do neravnomerne raspodele molekula među atomima, te čitav molekul poprima karakteristike *električnog dipola.*

Električni dipol predstavlja stukuru po količini jednakih ali suprotno-značnih naelektrisanja koja se nalaze na nekom rastojanju.



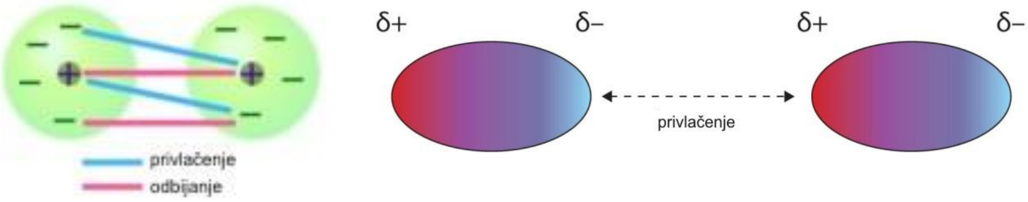
Električni dipol

Rastojanje *l* se naziva korak dipola, a proizvod koraka i naelektrisanja *q* predsatavlja *električni moment dipla* p_e.

Ukoliko se od posmatranog dipola na nekom rasojanju r nalazi isti takav dipol onda će sila njihovog međudejstva (dipol-dipol interakcija) F_{dd} biti:

[6] Međumolekulske veze se ponekad mogu smatrati i hemijskim vezama i to u zavisnosti od nivoa energije koje u sebi nose. Međumolekulske veze su slabe u poređenju sa unutarmolekulskim vezama (pravim hemijskim vezama).

$$F_{dd} = k\frac{p_{e1} \cdot p_{e2}}{r^4}$$

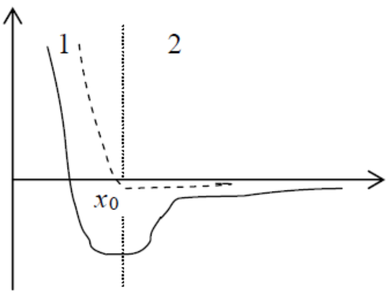


Medjumolekulske veze na primeru dipol-dipol interakcije

Izraz za silu interakcije dipol-indukovani dipol F_{did} je oblika:

$$F = c_2 c_1 \frac{p_e^2}{r^7}$$

U slučaju kada je sila interakcije manja od nule, na sceni su privlačne sile, one koje se javljaju prilikom razdvajanja (dolazi do povećanja *r* vidi sliku) molekula (dipola).



Funkcija zvisnosti potencijalne energije (puna linija) i međumolekuskih sila (isprekidana linija) u zavisnosti od rasotjanja *r*
1- oblast odbojnih; 2-oblast privlačnih sila

Odbojne sile koje se javljau prilikom približavanja dva dipola su obrnuto srazmerne sa trinaestim stepenom rastojanja ($F \approx \frac{1}{r^{13}}$) dok su privlačen koje deluju prilikom razdvajanja srazmerne sa sedmim stepenom rastojanja ($F \approx \frac{1}{r^7}$). Stoga se može reći da će rezultujuća sila biti:

$$F = \frac{A}{r^7} + \frac{B}{r^{13}}\text{, gde su } A \text{ i } B \text{ konstante.}$$

Poslednji matematički izraz predstavlja izraz za Van der Walls-ove međumolekulske sile (*Johannes Diderik van der Waals*, 1837. – 1923.; holandski fizičar).

Sa grafika je očigledno da postoji tačka r_0 (ravnotežno rastojanje) za koju je ukupna vrednost sile jednaka nuli:

$$0 = \frac{A}{r_0^7} + \frac{B}{r_0^{13}}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{r_0^7} = \frac{B}{r_0^{13}}$$

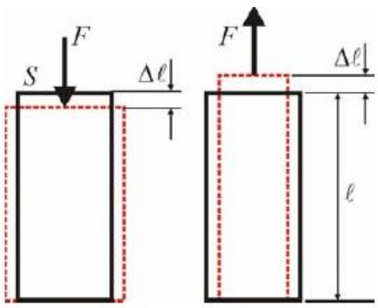
$$r_0 = \sqrt[6]{\frac{B}{A}}$$

Deo grafika u neposrednoj okolini preseka funkcije ukupne sile i ose rastojanja r se može smatrati *linearnim*, tj može se predstaviti funkcijom prave oblika:

$$F = k \cdot r$$

Sila koja povećava (ili smanjuje) rastojanje između molekula čvrstog tela može biti spoljašnja mehanička sila. Ukupno rastojanje koje takva sila izaziva svojim dejstvom predstavlja zbir elementarnih promena rastojanja između molekula, a pri posmatranju celog tela ona se manifestuje kao promena neke od dimenzija posmatranog tela Δl.

Ovo nam ukazuke da postoji linearna zavisnost između vrednosti primenjene sile i deformacije tela.



Deformacija (sabijanje i istezanje) tela pri dejstvu mehaničke sile

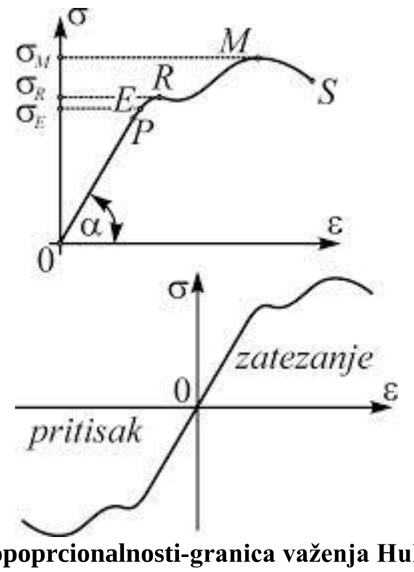
$$\frac{F}{S} = E_y \frac{\Delta l}{l}$$

Sila F koja vrši istezanja (ili sabijanje) tela deluje na površinu poprečnog preseka S i izaziva *relativnu deformaciju* $\frac{\Delta l}{l}$. Ugao koji pravac dejstva sile F gradi sa površinom S je prav, te se ovakvo dejstvo sile naziva *normalni napon*[7], i označava se sa σ. Relativna deformacija $\frac{\Delta l}{l}$ se najčešće obeležava sa ε. Faktor srazmere između normalnog napona i relativne deformacije E_y se naziva *Jungov modul elastičnosti* (*Thomas Young,* 1773. – 1829.; engleski fizičar, filozof, lingvista, muzikolog i egiptolog) ili samo *modul elastičnosti*.

Sada se može napisati izraz koji je poznat pod nazivom Hukov (*Robert Hooke,* 1635. - 1703.; britanski fizičar) zakon:

$$\sigma = E_y \cdot \varepsilon$$

Primena Hukovog zakona je ograničena na linearni deo grafika do tačke P koja se naziva *granica proporcionalnosti*.

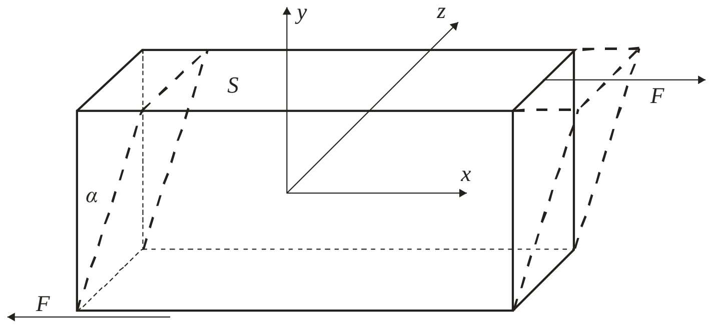


***P*-granica propoprcionalnosti-granica važenja Hukovog zakona**
***E*-granica elastičnosti**
***R*-granica plastičnosti**
***M*-maksimalni napon (granica čvrstoće)**

Osim pomenutih, *dužinskih deformacija* (istezanje i sabijanje), postoji i deformacija *smicanja.* Kod smicanja sila ne deluje normalno na površinu poprečnog preseka, već

7 Ovaj napon koji se javlja u mehanici nikako ne treba poistovećivati sa naponom (razlikom potencijala električnog polja) u elektrostatici i električnim strujama.

paralelno sa njom. Ovakav tip dejstva sile se naziva *tangencijalni napon* i obeležava se sa τ .



Deformacija smicanja pri dejstvu mehaničke sile

Mera deformacije kod smicanja je *relativno smicanje* θ i ona predstavlja odnos $\frac{\Delta x}{y} = tg\alpha$. Hukov zakon za smicanje će stoga imati oblik:

$$\tau = E_s \cdot \theta$$

Mera proporcionalnosti između tangencialnog napona i relativnog smicanja je modul smicanja E_s . Modul smicanja se može dovesti u vezu sa Jungovim modulom elastičnosti pomoću Poasonovog koeficijenta μ :

$$E_s = \frac{E_y}{2(1+\mu)} .$$

Modul smicanja, Jungov modul elastičnosti i Poasonov koeficijent zavise samo od materijala od koga je telo napravljeno.

Pitanje 6.1. Od čega prvenstveno zavise osobine molekulskih kolektiva?

Pitanje 6.2. Usled kojih razloga se molekul može posmatrati kao dipol?

Pitanje 6.3. Kako zavisi interakcija dipol-dipol od rastojanja?

Pitanje 6.4. Kako zavisi interakcija dipol-indukovani dipol od rastojanja?

Pitanje 6.5. Kako se zove rastojanje pri kome je potencijalna energija moeđumolekulskih veza jednaka nuli?

Pitanje 6.6. Kako glasi izraz kojim se definiše Hukov zakon?

Pitanje 6.7. Do koje granice važi Hukov zakon?

Pitanje 6.8. Koji su osnovni tipovi deformacija?

Pitanje 6.9. Koja je mera deformacije kod dužinskih deformacija?

Pitanje 6.10. Koja je mera deformacije kod smicanja?

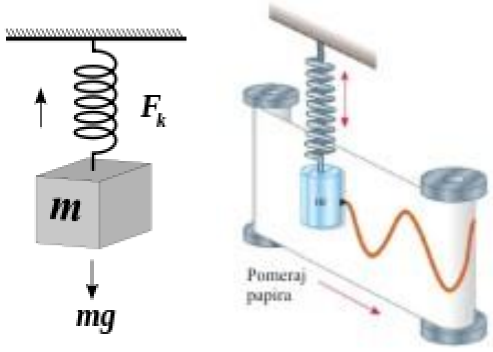
Pitanje 6.11. Koji je pravac sile koja izaziva deformaciju u odnosu na poprečni presek deformisanog tela kod smicanja?

Pitanje 6.12. U kakvom odnosu stoje Jungov modul elastičnosti E_y i modul smicanja E_s?

7. Oscilacije i mehanički talasi

7. Pitanje: Šta se naziva sopstvenim periodom i sopstvenom frekvencijom oscilovanja?

Elastičnost definisana Hukovim zakonom definisanim u prethodnom poglavlju se takođe odnosi i na elastičnu oprugu.



Elastična opruga opterećena telom mase *m*

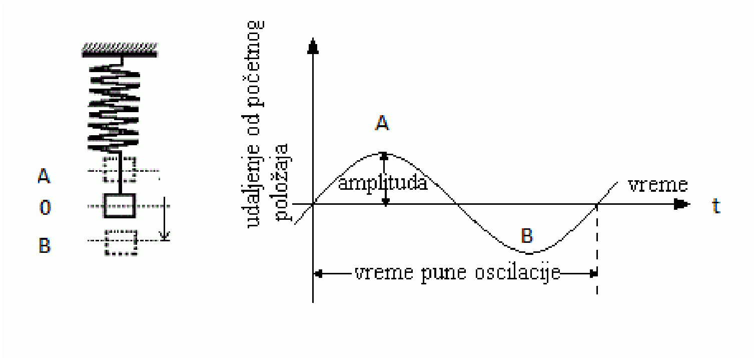
Pod dejstom sile (težine tela mase *m*) dolazi do izduženja odnosno pomeraj opruge *x*, analogno deformaciji tela Δl kod Hukovog zakona. Ako se početne dimenzije opruge, njena dužina i površina poprečnog preseka, smatraju nepromenjenim u toku dejstva opterećenja, onda se izraz za Hukov zakon može napisati kao:

$$F_k = -k \cdot x$$

gde je *k* koeficijent krutosti opruge, a F_k elastična sila u opruzi koja je intenzitetom jednaka sili koja oprugu izdužuje ali suprotna smerom. Znak minus je stoga što je pomeraj opruge *x* uvek suprotnog smera od dejstva sile F_k.

Kada je *x*=0, onda je opruga u ravnotežnom položaju, a dejsvo sile F_k je uvek takvo da teži da oprugu vrati u ravnotežni položaj.

Tako ako se sistem opruga – inercijalna masa *m* izvede iz ravnoteže pri *x*>0, onda će sila F_k biti negativna i delovati vertikalno naviše; kada je pomeraj *x*=0, tada je i sila F_k jednaka nuli; kada je pomeraj *x* manji od nule (opruga je sabijena) smer sile F_k je usmeren na dole i sa pozitivnim predznakom.



Osilovanje tela okačenog o oprugu

Maksimalno odstupanje položaja tela mase *m* od ravnotežnog položaja $x_{max} = A_0$, naziva se *amplituda*.

Sila krutosti opruge se može napisati i kao:

$$\vec{F}_k = -k \cdot x \cdot \vec{i} = m \cdot \vec{a} \text{ odakle sledi}$$

$$\vec{a} = -\frac{k}{m} x \cdot \vec{i} \ ,$$

gde je $\vec{i}$ jedinični vektor *x* ose.

Na osnovu poslednje jednakosti se lako može zaključiti da se maksimalna vrednost ubrzanja $\vec{a}$ postiže kada se telo nalazi u amplitudnom položaju A_0.

$$\vec{a}_{max} = \vec{a}_0 = -\frac{k}{m} A_0 \cdot \vec{i}$$

Period za koji telo koje osciluje na opruzi pređe put od donjeg amplitudskog položaja A_0, preko gornjeg $-A_0$ i konačno se vrati na početni donji A_0, naziva se *period oscilovanja T*, dok je broj takvih perioda u jednici vremena (1 sekunda) *frekvencija oscilovanja ν*.

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Ukoliko oscilacije nisu *prigušene*, tj. ako se zanemare gubici energije u sistemu telo-opruga, onda ovakav sistem nazivamo *linearni harmonijski oscilator*. Funkcija trajektorije centra mase tela je, kao što se sa slika može videti, sinusna. Onda je položaj tela (*elongacija*) u odnosu na ravnotežni položaj:

$$x = A_0 \sin\varphi$$

Ugao *φ* se naziva *fazni ugao* ili *faza*, i može se izraziti preko proteklog vremena kao:

$$\frac{T}{t} = \frac{2\pi}{\varphi} \text{ ili } \varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Sada se jednačina elongacije može napisati:

$$x = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

ili

$$x = A_0 \sin(\omega \cdot t)$$

gde je $\omega = \frac{2\pi}{T}$ *ugaona frekvenca* oscilovanja harmonijskog oscilatora.

Diferenciranjem jednačine kretanja linearnog harmonijskog oscilatora (LHO) po vremenu[8] dobijamo brzinu kretanja tela prii oscilovanju:

$$v = \omega \cdot A_0 \cos(\omega \cdot t)$$

dok će prvi izvod brzine biti ubrzanje:

$$a = -\omega^2 \cdot A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Kako funkcija sinusa uzima vrednost od -1 do 1 onda će maksimalne vrednosti za ubrzanje kod LHO biti:

$$a_0 = -\omega^2 \cdot A_0 = -\frac{k}{m} \cdot A_0$$

odakle je $\omega^2 = \frac{k}{m}$, odnosno

[8] Diferencijal po vremenu predstavlja prvi izvod funkcije u kojoj vreme predstavlja promenljivu veličinu. U slučaju jednačine kretanja LHO imaće se $x' = \frac{dx}{dt} = \omega A_0 \cos(\omega \cdot t) = v$, a drugi izvod će biti $x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A_0 \sin(\omega \cdot t) = a$, videti prilog 1.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

što predstavlja *sopstvenu frekvencu oscilovanja*.

Ako se zna da je $\omega = \frac{2\pi}{T}$, onda je:

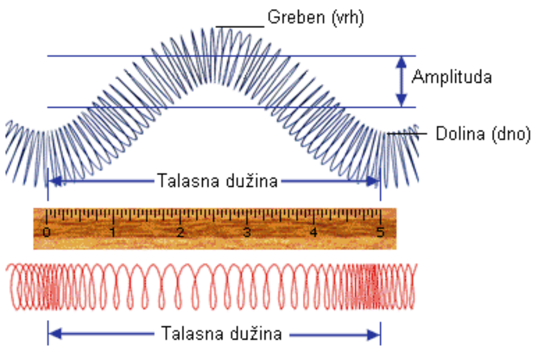
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

gde je *T sopstveni period oscilovanja*.

Projekcija oscilovanja tela okačenog o oprugu na papir koji se kreće ravnomernom brzinom (vidi sliku) daje već pomenutu sinusnu funkciju koja ima oblik talasa. Sistem telo-opruga predstavlja LHO, a talas koji iscrtava prilikom svog kretanja predstavlja *harmonijski talas.*

Ako se poput tela na opruzi na isti način kreću delići sredine (materijala) pobuđeni spoljašnjim poremećajem, onda imamo takozvano *talasno kretanje.* Primeri talasnog kretanja su: površinski talasi na vodi kad se baci kamen, zvučni talasi, elektromagnetni talasi, de Broljevi talasi... Talasi se mogu prostirati na veoma velika rastojanja, a da pritom čestice sredine koje osciliju prelaze veoma mala rastojanja jer elasične osobine materijala kroz koji se prenose omogućavaju transfer deformacije kroz prostor.

Mehanički talasi se prema međusobnom odnosu kretanju čestica koje ih prenose i kretanja samog talas mogu podeliti na: *longitudinalne i transverzalne*. Kod longitudinalnih talasa brzine kretanja čestica i samog talasa su paralelne, dok su kod transverzalnog pod pravim uglom.



Transverzalni i longitudinalni talas

Zvučni talasi predstavljaju longitudinalni mehanički talas. On predstavlje male promene gustine, odnosno pritiska čestica sredine u kojoj se prenosi. Zvuk je subjektivna kategorija izazvana čujnim nadražajem u uhu čoveka. Opseg čujnosti u ljudskom uhu se kreće od 16 do 20000 *Hz*. Zvučni talasi ispod kritične frekvencije od 16 *Hz*, se nazivaju *infrazvučni*, dok su ono sa frekvencijom preko 20000 *Hz* *ultrazvučni* talasi. Prvi se proizvode prilikom rada teških mašina ili tektonskih pomeranja u Zemljinoj kori, dok su drugi karakteristični na primer za sonare i slepe miševe.

Brzina zvuka kada se prostire kroz čvrsta tela kao longitudinalni talas se izračunava po izrazu:

$$c = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}}$$

gde je E_y Jungov modul elastičnosti materijala od koga je načinnjeno telo a ρ gustina tela.

Kod fluida brzina prostiranja zvučnog talasa je:

$$c = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}$$

gde je E_v zapreminski modul elastičnosti.

Kada je reč o prostiranju zvučnog talasa kroz gasove izaziva veoma brze promene pritiska i zapremine delića gasa. Promene pritiska i zapremine bez razmene toplote sa spoljašnjim okruženjem su *adijabatske promene stanja idealnog gasa*[9]. Stoga će brzina prostiranja zvuka u gasovima biti:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}$$

gde su κ adijabatska konstanta i p pritisak gasa.

Na osnovu jednačine stanja idealnog gasa $pV = n_m RT$ možemo dobiti vezu između pritiska i gustine gasa:

[9] Videti poglavlje 10.

$$p\frac{m}{\rho} = n_m RT \Rightarrow \frac{p}{\rho} = \frac{n_m}{m}RT = \frac{RT}{M}$$

gde su n_m broj molova, R univerzalna gasna konstanta, T temperatura i M molarna masa gasa.

Sada će uzraz za brzinu prostiranja zvuka kroz gasove biti:

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}\ .$$

Pitanje 7.1. Kako izgleda Hukov zakon primenjen na elastičnu oprugu (jednačina opruge)?

Pitanje 7.2. Šta predstavlja amplituda oscilovanja?

Pitanje 7.3. Koji se sistem naziva linearnim harmonijskim oscilatorom (LHO)?

Pitanje 7.4. Ako je frekvencija osilovanja linearnog harmonijskog oscilatora (LHO) 5 Hz, koliki je period oscilovanja?

Pitanje 7.5. U kom položaju vrednost ubrzanja kod LHO postiže maksimalnu vrednost?

Pitanje 7.6. U kom položaju vrednost brzine kod LHO postiže maksimalnu vrednost?

Pitanje 7.7. Čemu je jednaka vrednost sopstvene frekvencije oscilovanja?

Pitanje 7.8. Kog oblika je funkcija trajektorije centra mase tela koje harmonijski osciluje?

Pitanje 7.9. Kada je proteklo vreme harmonijskog oscilovanja *t* jednako periodu ocilovanja, kolika je vrednost faznog ugla?

Pitanje 7.10. Kada je proteklo vreme harmonijskog oscilovanja *t* jednako periodu ocilovanja, kolika je vrednost elongacije?

Pitanje 7.11. U kakvom odnosu stoje ugaona frekvencija i frekvencija?

Pitanje 7.12. Telo mase $m = 1$ kg, je okačeno o oprugu krutosti $k = 25$ N/m. Kolika je sopstvena frekvencija oscilovanja ovakvog oscilatora?

Pitanje 7.13. Navesti primere talasnog kretetanja?

Pitanje 7.14. Šta je zvuk?

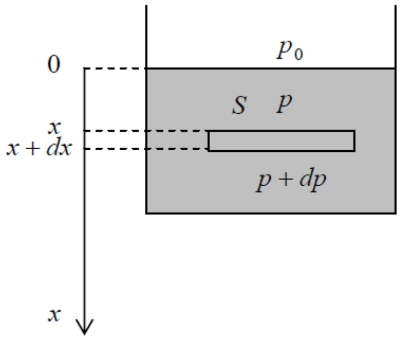
Pitanje 7.15. Između kojih zvučnih frekvencija se nalazi opseg čujnosti ljudskog uha?

Pitanje 7.16. Ako se temperatura vazduha poveća sa 4°C na 16°C za koliko se poveća brzina zvuka u njemu?

8. Hidrostatika

8. Pitanje: Kolliko iznosi vrednost koeficijenta površinskog napona kada se za povećanje površine tečnosti za 2 m^2 utroši energija od 0,14 J?

Svi fluidi (supstancije koje teku) se mogu podeliti na *tečnosti i gasove.* Tečnosti o kojima će dalje biti reči se mogu razvrstati na *stišljive* i *nestišljive*. Pojam stišljivosti se odnosi na ponašanje tečnosti prilikom dejstva spoljašnje sile (pritiska). Stišljive tečnosti menjaju dok nestišljive ne menjaju svoju zapreminu kad se na njih deluje pritiskom.
Tečnosti se dalje mogu podeliti na *idealne* i *neidealne*. Kod neidealnih tečnosti se sem normalnih (površinskog napona) javljaju i tangencijalni naponi.
Ono što je kod idealnih tečnosti veoma značajno je da se *pritisak prenosi u svim pravcima ravnomerno*. Ovo je uočio Heron Aleksandrijski još u I veku p.n.e. Ovako definisan pritisak se još naziva i *hidrostatički pritisak.*



Promena hidrostatičkog pritisak sa promenom dubine

Hidrostatički pritisak zavisi od dubine tečnosti. Ako posmatramo deo tečnosti površine poprečnog preseka *S* i male visine koja odgovara promeni dubine *dx*, desiće se mala promena pritiska *dp*. Sabiranjem svin malih *dp* za sve *dx* na celoj dubini[10] od *x*=0 do *x*=*h*, dobiće se hidrostatički pritisak na dubini *h*:

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

Ukupni pritisak na toj dubini posmatrane tečnosti će predstavljati zbir vrednosti *atmosferskog* p_0 i hidrostatičkog pritiska:

$$p_{uk} = p_0 + p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Intenzitet hidrostatičkog pritiska zavisi samo od dubine, a ne i od oblika sudau kome se tečnost nalazi.

Tečnosti deluju i na tela koja su potopljena u njih i to silom koju nazivamo *sila potiska.* Za njeno uočavanje zaslužnim se smatra grči matematičar i fizičar *Arhimed (*Ἀρχιμήδης, 287 - 212 p.n.e; starogrčki fizičar, matematičar i astronom) po kome nosi naziv zakon na osnovu koga definišemo silu potiska: *Svako čvrsto telo potopljeno u tečnost gubi od svoje teežine za težinu tečnosti koju je svojom zapreminom istisnulo.*

Matematička formulacija prethodno definisanog zakona se može predstaviti kao:

$$F_P = \rho_0 \cdot g \cdot V_t$$

[10] Ovakva vrsta sabiranja (sumiranja) predstavlja integral. Pogledati prilog 2.

gde je ρ_0 gustina tečnosti (obično se uzima voda gustine 10^3 kg/m^3), g gravitaciono ubrzanje Zemljine teže i V_t zapremina tela uronjenog u tečnost.

Na osnovu poslednjeg se mogu definisati tri moguće vrste ponašanja tela prilikom potapanja u tečnost (vodu): plivanje, tonjenje i lebdenje. Telo će plivati ukoliko mu je gustina manja od gustine tečnosti:

$$
\begin{aligned}
&F_p > F_g \\
&\rho_0 \cdot g \cdot V_t > m_t \cdot g \\
&\rho_0 \cdot \frac{m_t}{\rho_t} > m_t \Rightarrow \rho_0 > \rho_t
\end{aligned}
$$

telo će tonuti kada mu je gustina veća od gustine tečnosti:

$$
\begin{aligned}
&F_p < F_g \\
&\rho_0 \cdot g \cdot V_t < m_t \cdot g \\
&\rho_0 \cdot \frac{m_t}{\rho_t} < m_t \Rightarrow \rho_0 < \rho_t
\end{aligned}
$$

i telo će tonuti u koliko mu je gustina jednaka sa gustinom tečnosti u koju se potapa:

$$
\begin{aligned}
&F_p = F_g \\
&\rho_0 \cdot g \cdot V_t = m_t \cdot g \\
&\rho_0 \cdot \frac{m_t}{\rho_t} = m_t \Rightarrow \rho_0 > \rho_t
\end{aligned}
$$

Podsetimo se interakcije dipol-dipol iz poglavlja 6. ovog priručnika. Iste međumolekulske sile koje su tamo opisane deluju i između molekula unutar tečnosti. Unutar posmatrane tečnosti molekul koji se nalazi negde unutar zapremine ima u odnosu na ostale molekule neko ravnotežno rastojanje r_0 koje odgovara minimumu potencijalne energije, a zbir svih sila (pod pretpostavkom da na tečnost ne deluje neka spoljašnja sila) je jednak nuli. Za razliku od ovih molekuli koji se nalaze na površini tečnosti nemaju interakciju sa srodnim molekulima svoje gornje strane te će rezultanta dejstva međumolekulskih sila u njihovom slučaju biti različita od nule. To znači da oni nisu u ravnoteži i da njihova potencijalna energija nije minimalna tj. da površina tečnosti ima veću potencijalnu energiju od od unutrašnjih slojeva tečnosti. Slobodna površina tečnosti stoga teži da što je moguće više smanji svoju potencijalnu energiju (spontana prirodna pojava) a to postiže time što smanjuje svoju površinu. *Kapi tečnosti teže da uzmu oblik sfere jer ona ima najmanju površinu u odnosu na na sva ostala tela iste zapremine*. Ova težnja ka smanjenju slobodne površine se naziva ***površinski napon.***

Da bi se povećala slobodna površina tečnosti, na osnovu poslednjeg, potrebno je povećati njenu potencijalnu energiju a da bi se povećala slobodna energija potrebno je izvršiti neki rad. Uloženi rad za jedinično povećanje slobodne površine tečnosti se naziva *koeficijent površinskog napona* γ:

$$\gamma = \frac{\Delta A}{\Delta S} = \frac{1J}{1m^2} = 1\frac{N}{m}$$

Pitanje 8.1. Kako delimo fluide?

Pitanje 8.2. U čemu se ogleda razlika između stišljivih i nestišljivih fluida?

Pitanje 8.3. Za koliko puta se promeni vrednost hidrostatičkog pritiska pri promeni dubine od h_1 = 2 m na h_2 = 10 m?

Pitanje 8.4. Kako glasi Arhimedov zakon za silu potiska?

Pitanje 8.5. Koliko puta se promeni vrednosti sile potiska kada se isto telo potopi u vodu i u tečnost gustine ρ = 800 kg/m^3?

Pitanje 8.6. Koju osobinu treba da poseduju neko telo da bi bio ispunjen uslov njegovog lebdenja u vodi?

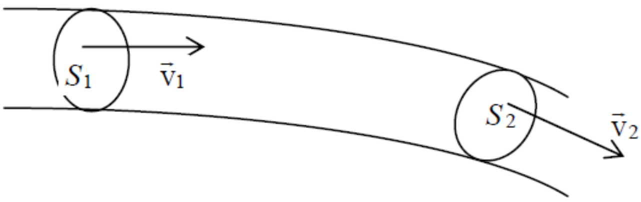
Pitanje 8.7. Usled čega se javlja sila površinskog napona na slobodnoj površini tečnosti?

Pitanje 8.8. Ako se za povećanje površine tečnosti za 2 m^2 utroši energija od 0,14 J, kolika je vrednost koeficijenta površinskog napona te tečnosti?

9. Dinamika fluida

9. Pitanje: Čemu služi Pitoova cev?

Ako se neki fluid smatra nestišljivim[11] onda je njegov zapreminski (maseni) protok kroz cev promenljivog poprečnog preseka može smatrati konstantnim (*jednačina kontinuiteta*).



Jednačina kontinuiteta

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

U jednačini kontinuiteta v_1 i v_2 predstavljaju brzine kojima fluid struji kroz poprečne preseke S_1 i S_2. Ako se posmatra dimenziono imaće se:

$$\frac{m}{s} \cdot m^2 = \frac{m^3}{s}$$

što zapravo predstavlja zapreminski protok $\dot{V}$.

Ukoliko se izraz za zapreminski protok pomnoži sa gustinom fluida dobiće se maseni protok:

$$\dot{Q} = vS\rho$$

$$\dot{Q}[=] \ \frac{m}{s} \cdot m^2 \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{m^3}{s} \cdot \frac{kg}{m^3} = \frac{kg}{s}$$

Delić mase fluida Δm koji protekne kroz neki poprečni presek S se dobija množenje masenog protoka sa vremenom Δt:

$$\Delta m = S_1 \rho v_1 \Delta t = S_2 \rho v_2 \Delta t$$

Promena kinetičke energije delića mase Δm pri prolasku kroz poprečne preseke S_1 i S_2 se može predstaviti kao:

[11] Videti poglavlje 8.

$$\Delta E_k = E_k^{(1)} - E_k^{(2)}$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_2^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

Potencijalne energije elementarne mase fluida na poprečnim presecima S_1 i S_2 u odnosu na izabrani referentni nivo će biti:

$$E_{p1} = \Delta m g h_1 \text{ i}$$
$$E_{p2} = \Delta m g h_2 ,$$

respektivno. A razlika potencijalnih energija će biti:

$$\Delta E_p = \Delta m g (h_1 - h_2)$$

Ako se pretpostavi da je cev otvorena na oba kraja onda će pritisak na oba poprečna preseka biti isti i imaće vrednost *atmnosferskog pritisaka p_a*. Vrednost rada (energije) usled dejastva atmosferskog pritisaka p_a se može iskazati kao: $p_a \Delta V = p_a (V_1 - V_2)$ [12].
Ukupna energija po zakonu održanja mehaničke energije je konstantna i za presek S_1 i za presek S_2, odnosno:

$$\Delta E_k + \Delta E_p + p_a (V_1 - V_2) = 0 \text{, odnosno}$$
$$\frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1 + p_a V_1 = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 + p_a V_2$$

Pošto je $V_1 = V_2 = V$ na osnovu jednačine kontinuiteta onda se poslednji izraz može podeliti sa V i dobija se:

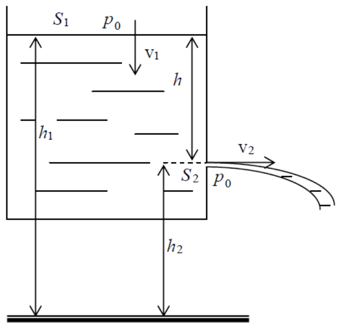
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_a = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_a = const.$$

[12] Videti poglavlje 10.

što predstavlja takozvanu Bernulijevu (*Daniel Bernouli*, 1700. - 1782., švajcarski fizičar) jednačinu.

Izraz definisan Bernulijevom jednačinom se može iskoristiti za: a) izračunavanje brzine isticanja tečnosti iz širokog otvorenog suda kroz otvor malog poprečnog preseka (Toričelijeva teorema) i b) izračunavanje brzine protoka fluida pomoću Pitotove cevi.

Ako je nivo tečnosti u sudu na nekom referentnom nivou h_1 a otvor daleko manje površine od poprečnog preseka suda na nekom drugom rastojanju h_2, i ako na oba poprečna preseka deluje spoljašnji pritisak p_a, onda se Bernulijeva jednačina može transformisati u:



Toričelijeva teorema

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2) = v_1^2 + 2gh$$

Na osnovu jednačine kontinuiteta se ima da je:

$$v_1^2 S_1 = v_2^2 S_2 \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 \frac{S_2}{S_1}$$

a kako je u pretpostavci problema definisano da je $S_1 >> S_2$, pa je $\frac{S_2}{S_1} \approx 0$. Na osnovu poslednjeg može se pisati:

$$v_1^2 = v_2^2 \frac{S_2}{S_1} \approx 0 \text{ tj.}$$

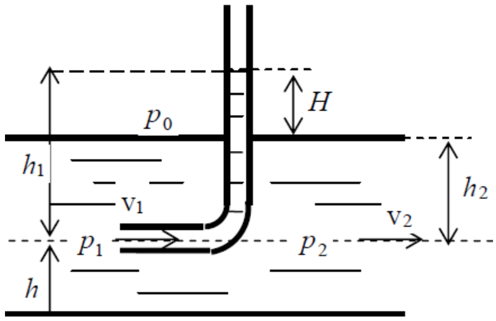
$$v_2^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_2) = v_1^2 + 2gh = 2gh$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}\,;\; h = h_1 - h_2$$

što predstavlja matematički izraz za Toričelijevu (*Evangelista Torricelli*, 1608. – 1647. italijanski matematičar i fizičar) teoremu.

Pitoova cev je uređaj za određivanje brzine protoka fluida. Delo je francuskog inženjera *Henri Pitot-a* (1695. – 1771.). Služi za merenje lokalne brzine fluida (ne i srednje brzine). Predstavlja „L“ cev direktno postavljenu i usmerenu u struju fluida (vidi sliku).

Ako se na ulazni otvor Pitoove cevi i poprečni presek bilo gde u struji fluida primeni Bernulijeva jednačina, i ako se uočava da je brzina fluida na ulazu u cev v_1=0, imaće se:



Pitoova cev

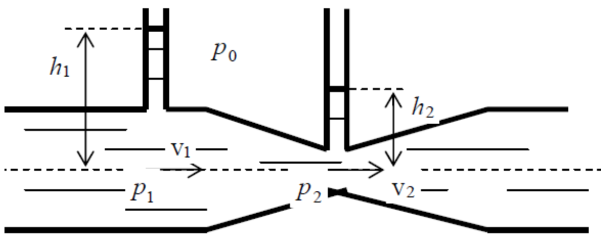
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_0 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_0$$

$$g h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g h_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

što predstavlja izraz za izračunavanje brzine kod Pitoove cevi.

Za merenje brzine proticanja tečnosti se može još koristiti i Veturijeva cev (*Giovanni Battista Venturi*;1746–1822.; italijanski fizičar).



Venturijeva cev

Venturijeva cev se satoji od cevi sa suženjem tako da se izbegne tubulentno (vrtložno) kretanje tečnosti i ometnutih vertikalnih cevi na širem delu cevi i na suženju.

Ako se na protticanje tečnosti kroz Venturijevu cev primeni Bernulijeva jednačina dobija se:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$$

gde su:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1 \text{ i } p_2 = p_0 + \rho g h_2 .$$

Iz jednačine kontinuiteta je:

$$v_2 = \frac{S_1}{S_2} v_1$$

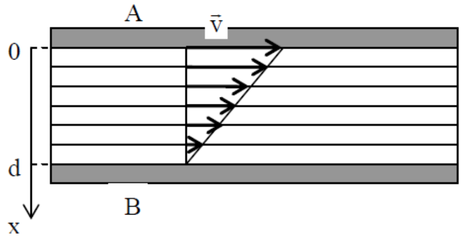
te se zamenom u Bernulijevoj jednačini dobija:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_0 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho \frac{S_1^2}{S_2^2} v_1^2 + p_0 + \rho g h_2$$

i konačno:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{(S_1/S_2)^2 - 1}} .$$

Prilikom laminarnog (slojevitog) kretanja fluida pojedini slojevi se kreću različitim brzinama. Usled nejednakih brzina dolazi do smicanja dva susedna sloja, te se među njima javlja sila slična sili trenja kod čvrstih tela. Ovu pojavu je uočio Njutn, a trenje između slojeva tečnosti koje će se nadalje nazivati *unutrašnje trenje*, definisao je preko viskozne sile.



Laminarno kretanje fluida

Primer laminarnog kretanja tečnosti je prikazan na gornjoj slici. Ploča B je nepokretna dok se ploča A kreće nekom brzinom $\vec{v}$. Sloj tečnosti neposredno uz ploču A se kreće istom brzinom kao i ta ploča usled trenja između njih. Sledeći sloj idući u pravcu *x* ose se kreće nešto manjom brzinom od brzine ploče A i sloja neposredno ispod nje. Svaki naredni sloj se kreće u istom pravcu ali sve manjom brzinom, sve do poslednjeg sloja, onog neposredno uz nepokretnu ploču B, koji ima brzinu jednaku nuli. Sila viskoznog trenja koja se pojavljuje između slojeva koji se kreću različitim brzinama se definiše preko izraza:

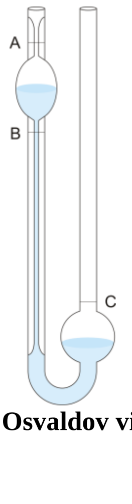
$$F_{vtr} = -\eta S \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

gde je η *koeficijent viskoznog trenja* čija je jedinica Pa·s=kg/ms, a S dodirna površina između slojeva. Vrednost koeficijenta viskoznog trenja je zavisna od temperature i to tako što, kod tečnosti, opada sa povećanjem temperature. Ovo se može objasniti povećanjem kinetičke energije molekula tečnosti dolazi do lakšeg oslobađnja molekula od međumolekulskih veza.

Često se u jednačinama dinamike fluida koeficijent viskoznosti i gustina pojavljuju kao količnik. Ovaj količnik se definiše kao *koeficijent kinematičke vizkoznosti*:

$$\upsilon = \eta / \rho$$

Za potrebe određivanja koeficijenta viskoznog trenja se uporebljavaju uređaji koji se nazivaju *viskozimetri*. Jedan od najčešće upotrebljivanih tipova viskozimetara je na bazi proticanja tečnosti kroz kapilaru (kapilarni viskozimetar), poput Osvaldovog viskozimetra.



Kapilarni – Osvaldov viskozimetar

Princip rada Osvaldovog viskozimetra se zasniva na merenju proticanja određene zapremine tečnosti kroz cev malog poprečnog preseka (kapilaru). Primenom Poazejevog (*Jean Poiseuille,* 1797. – 1869.; francuski fizičar) zakona isticanja tečnosti kroz usku cev ima se da je zapreminski protok:

$$Q = \frac{\Delta p R^4}{8\eta L}$$

Ako se zna da je zapreminski protok:

$$Q = vS = \frac{\Delta l S}{t} = \frac{V}{t}$$

i da razlika pritisaka koji izaziva isticanje kod Osvaldovog viskozimetra potiče od razlike hidrostatičkog pritiska, onda se Poazejev zakon može napisati kao:

$$\frac{V}{t} = \frac{g\Delta h R^4}{8L} \cdot \frac{\rho}{\eta}$$

Kako je zapremina tečnosti koja ističe *V* uvek konstantna i kako prvi član na desnoj strani predstavlja karakteristiku samog uređaja, može se pisati da je:

$$\eta = C\rho t$$

Poznavanjem vrednosti konstante *C* se samo na osnovu izmerenog vremena isticanja *t* može odrediti vrednost konstante viskoznog trenja za temperaturu na kojoj se vrši merenje.

Pitanje 9.1. Kako glasi jednačina kontinuiteta?

Pitanje 9.2. Ako se pri ostalim nepromenjenim uslovima brzina proticanja tečnosti kroz cev, konstantnog poprečnog preseka, poveća 3 puta, kako se menja vrednost masenog protoka te tečnosti?

Pitanje 9.3. Na kom zakonu se zasniva Bernulijeva jednačina?

Pitanje 9.4. Kako će se promeniti brzina isticanja tečnosti kroz bočni otvor rezervoara, ako se nivo tečnosti u njemu poveća 4 puta?

Pitanje 9.5. Ako je izmereni nivo u Pitoovoj cevi 0,2 m i ako se konstanta gravitacionog ubrzanja može uzeti da je približno 10 m/s^2, kolika je onda brzina proticanja tečnosti?

Pitanje 9.6. Razlika nivoa tečnosti u vertikalnim cevima Venturijeve cevi je 0,3 m, a odnos poprečnih preseka na šireg dela i suženja je 2. Kolika je brzina proticanja tečnosti, ako se gravitaciono ubrzanje može uzeti da je približno 10 m/s^2?

Pitanje 9.7. Objasniti kakvo je laminarno kretanje tečnosti.

Pitanje 9.8. Koji je razlog pojave sile unutrašnjeg trenja kod tečnosti?

Pitanje 9.9. Ako je vrednost sile viskoznog trenja u datoj tečnosti 10^{-3}N, površina dodira dva sloja tečnosti 1 m^2, a gradijent brzine 1 s^{-1}, kolika je onda vrednost koeficijenta viskoznosti za tu tečnost?

Pitanje 9.10. Šta predstavlja koeficijent kinematičke viskoznosti?

Pitanje 9.11. Kom tipu viskozimetara pripada Osvaldov viskozimetar?

Pitanje 9.12. Koji se zakon primenjuje kao osnova rada Osvaldovog viskozimetra?

Pitanje 9.13. Na merenje koje fizičke veličine se svodi određivanje koeficijenta viskoznosti Osvaldovog viskozimetra?

Pitanje 9.14. Koja fizička veličina direktno utiče na promenu vrednosti koeficijenta viskoznosti?

10.Termodinamika

10. Pitanje: Koliki rad izvrše 2 mola idealnog gasa pri konstantnom pritisku p = 200 kPa kada im se početna zapremina V_1 = 10 dm^3 poveća na V_2=3V_1?

Jedna od definicija termodinamike je da je to nauka koja se bavi toplotom i radom kao i osobinama materije koje su povezane sa toplotom i radom. Glavni zadatak je formalizacija odnosa između toplote, rada i energije. Pojam termodinamike je prvi upotrebio William Thopmson (*Lord Kelvin*; 1824. – 1807.; britanski fizičar) i sastoji se od dve grčke reči:

θέρμη – toplota i *δύναμις* – energija, sila, snaga.

Pod pojmom *termodinamičkog sistema* se smatra određena količina supstance koja se posmatra. Ovakav sistem može da interaguje sa *okruženjem* tj. svojom okolinom preko *granica sistema* (površina koja ga odvaja od okruženja). Interakcija ili međudejstvo se ogleda na primer u primanju toplote sistema od okruženja (metalna šipka prima toplotu od okolnog zagrejanog vazduha), a sistem na osnovu dobijene toplote vrši rad (metalna šipka se širi usled zagrevanja). Razmena toplote i svojstveno tome rad koji se vrši naziva se još i *termodinamički proces.*

Mera zagrejanosti sistema se ogleda u njegovoj *temperaturi*. Strogo fizički temperatura predstavlja veličinu srazmernu srednjoj kinetičkoj energiji kretanja čestica u termodinamičkom sistemu (objašnjenje u nastavku). Temperaturu merimo instrumentima koji imaju zajednički naziv *termometri*. Jedinica mere za temperaturu u međunarodnom SI sitemu mera je *K* (kelvin), mada je u svakodnevnoj upotrebi i stepen celzijusov ($^{\circ}C$). Razlika u vrednosti jednog kelvina i jednog stepena celzijusovog ne postoji, već se ona ogleda u skaliranju. Kelvinova nula (-273,15 $^{\circ}$C) poznata kao *apsolutna nula* označava temperaturnu tačku na kojoj prestaje termalno kretanje, dok je celzijusova nula usvojena na osnovu tačke mržnjenja vode.

Prilikom termodinamičkih procesa dolazi do promene osobina (temperatura, pritisak, zapremina) termodinamičkog sistema. Ukoliko se za termodinamički sistem uzme čvrsto telo, prilikom povećanja njegove temperature za neko ΔT dolazi do njegovog širenja od početne vrednosti posmatrane dimenzije l_0 do konačne l po zakonu:

$$l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$$

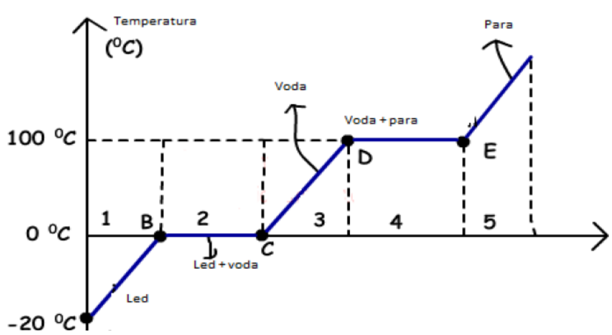
gde je α takozvani linearni koeficijent termičkog širenja i izražava se u $1/K$ ili K^{-1}.

Prilikom zagrevanja čvrstih tela dolazi do promene površine i zapremine po istom zakonu s time što onda imamo površinski β i zapreminski γ koeficijent širenja koji se prema linearnom imaju kao: $\beta = 2\alpha$ i $\gamma = 3\alpha$.

Promena temperature tela se dešava dovođenjem *toplote* odnosno *toplotne energije Q*. Jedinica mere toplote je džul (*J*) kao i kod svakog drugog oblika energije. Za različite vrste supstance potrebno je dovesti različite vrednosti toplotne energije da bi se jednična masa zagrejala za 1*K*. Ta količina toplote se definiše kao *specifična toplota tela* c_t:

$$c_t = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$$

Promena dimenzija tela usled zagrevanja na nivou čestica građe znači njihovo međusobno udaljavanje, pri čemu se uspostavlja neko novo ravnotežno rastojanje[13], tj. novi stepen uređenosti. Ako bi se čvrstom telu nastavila da se dodaje toplota ravnotežno rastojanje bi postalo toliko da bi se monokristalna ili polikristalna struktura visokog stepena uređenosti zamenila manjom (elementarne ćelije od po 11 molekula – simetrija V reda[14]) što je u stvari uređenost tečnosti. Čvrsto telo bi drugim rečima postalo tečno – došlo bi do *faznog prelaza*, topljenja. Daljim grejanjem nestaje bilo kakva uređenost čestica građe, kretanje postaje haotično i ne zadržava se ni oblik ni zapremina, posmatrani sistem prelazi u *gasovito* agregatno stanje. U koliko bi se proces zagrevanja i dalje nastavio došlo bi do disocijacije (rastavljanja) molekula na atome i do stvaranja smeše jona, gde vladaju Kulonove sile velikog dometa, što predstavlja stanje *plazme*. Karakteristično za svaki fazni prelaz (prelazak iz jednog u drugo agregatno stanje) je da se temperatura ne menja sve dok posmatrana supstanca u potpunosti ne pređe iz jednog u drugo agregatno stanje.



Toplota faznih prelaza kod vode

[13] Videti poglavlje 6.
[14] Simetrija V reda znači da projekcije molekula u ravni daju pravilne petouglove, koji ne mogu u potpunosti da ispune ravan (javlja se međuprostor) tako da ne zadržavaju oblik već samo zapreminu.

Zanimljivo je reći da je od sva četiri agregatna stanja (čvrsto, tečno, gasovito, plazma) u univerzumu najzastupljenije stanje plazme. Ono čini 99,9 procenata svakolike materije. Razlog zašto je to tako leži u činjenici da su svi stelarni objekti (zvezde) sačinjeni upravo od jonizovanog gasa – plazme.

Najočigledniji primer uticaja na termodinamički sistem, odnosno njegove promenljive (temperaturu, zapreminu i pritisak) je kod *idealnih gasova*. Ovakvi gasovi ne postoje u prirodi već predstavljaju idealizaciju realnih gasova. Idealizacija se sastoji u tome što se kod idealnih gasova zanemaruju interakcije (privlačenje i odbijanje) između čestica gasa i gde brzine molekula ostaju iste posle sudara sa zidovima suda u kome se gas nalazi.

Kombinovanjem Bojl–Mariotovog (*Robert Boyle,* 1627. – 1671.; izumitelj, fizičar i hemičar; *Edme Mariotte,* 1620. – 1684.; francuski fizičar i sveštenik), Šarlovog (*Jacques Alexandre César Charles,* 1746. – 1823.; francuski fizičar i matematičar) i Avogadrovog (*Amedeo Avogadro,* 1776. – 1856.; italijanski fizičar) zakona dobija se jednačina koja opisuje stanje idealnog gasa:

$$pV = n_m RT$$

u kojoj figurišu sva tri parametra stanja (*p*-pritisak; *V*-zapremina; *T*-temperatura), broj čestica definisan brojem molova n_m i univerzalna gasna konstanta R [$J/mol \cdot K$].

Ako jednačinu stanja idealnog gas podelimo sa obe strane zapreminon V, dobiće se:

$$p = nkT$$

gde je $n=n_m/V$ koncentracija čestica gasa i k = 1,38x10^{23} $J/molK$ Bolcmanova konstanta (*Ludwig Boltzman,* 1844. – 1906.; austrijski fizičar).

Kako je temperatura srednja kinetička energija $\overline{E}_k$ kretanja čestica, poslednji izraz postaje:

$$p = n\frac{2}{3}\overline{E}_k$$ [15]

za jednoatomni gas, gde je:

$$\overline{E}_k = \frac{m_n v_{eff}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

[15] Pogledati prilog 3.

pri čemu su m_n mase čestica gasa i v_{eff}[16] njihova efektivna brzina.

Sa stanovišta promene parametara stanja idealnog gasa postoje četiri vrste procesa:

* temperatura je konstantna, $T=const.$

tada je $p_1V_1 = n_mRT = p_2V_2$ pa je i $pV = const.$ odnosno

$p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{V_2}{V_1}$, Bojl-Mariotov zakon.

Ovakav termodinamički proces razmene energije sa okruženjem pri kome temperatura ostaje konstantna naziva se *izotermski proces.*

* pritisak je konstantan, $p=const.$

tada je $p = \dfrac{n_mRT_1}{V_1} = \dfrac{n_mRT_2}{V_2} = const.$, odnosno

$\dfrac{T_1}{V_1} = \dfrac{T_2}{V_2} \Rightarrow \dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{V_1}{V_2}$.

Na osnovu poslednjeg može se izračunati vrednost ekspanzije ili širenja gasa usled zagrevanja:

$V = V_0\dfrac{T}{T_0} = V_0\dfrac{T_0 + t}{T_0} = V_0\left(1 + \dfrac{1}{T_0}t\right) = V_0(1 + \beta t)$, gde je β=1/273,15 K, što predstavlja termički koeficijent zapreminskog širenja gasa, dok je T_0 temperatura na 0 °C a V_0 njoj odgovarajuća zapremina gasa.

Termodinamički proces kod koga se pritisak ne menja naziva se *izobarni proces*.

* zapremina je konstantna, $V=const.$

tada je $V = \dfrac{n_mRT_1}{p_1} = \dfrac{n_mRT_2}{p_2} = const.$, odnosno

$\dfrac{T_1}{p_1} = \dfrac{T_2}{p_2} \Rightarrow \dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{T_1}{T_2}$, Šarlov zakon.

Ako se neko početno stanje pritiska pri T_0=0°C označi sa p_0, a pri porastu temepraturе na $T=T_0 + t$ pritisak poraste na p, onda je:

[16] Efektivna brzina je srednja kvadratna brzina $v_{eff} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$, gde je $\langle v^2 \rangle$ srednja vrednost kvadrata brzina molekula gasa, a M molarna masa.

$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow p = p_0 \frac{T_0 + t}{T_0} = p_0(1 + \gamma t)$, gde je γ = 1/T_0 K^{-1}, što predstavlja termički koeficijent pritiska gasa i pokazuje promenu pritiska gasa pri njegovom zagrevanju gasa za 1 *K*.

* adijabatski proces, pri kome ne dolazi do razmene energije sa okruženjem i za koji važi sledeća relacija:

$pV^{\kappa} = const.$ pri čemu je $\kappa = c_p/c_v$, gde su c_p i c_v specifične toplote gasa pri konstantnom pritisku i konstantnoj zapremini, respektivno i za koje važi $c_p - c_v = \frac{R}{M}$, gde je *M* molarna masa gasa.

Ako se jednačina stanja idealnog gasa podigne na stepen *κ*, dobija se:

$$p^{\kappa}V^{\kappa} = (n_m R)^{\kappa} T^{\kappa}$$
$$pV^{\kappa} p^{\kappa-1} = (n_m R)^{\kappa} T^{\kappa}$$
$$pV^{\kappa} = (n_m R)^{\kappa} \frac{T^{\kappa}}{p^{\kappa-1}}$$

a s obzirom da se količina supstance i gasna konstanta ne menjaju, onda je i $(n_m R)^{\kappa}$ nepromenljivo, tj. konstantno pa će biti:

$$\frac{T^{\kappa}}{p^{\kappa-1}} = const. \text{ odnosno}$$
$$p^{1-\kappa} T^{\kappa} = const.$$

ili

$$pV = n_m RT$$
$$p\frac{V^{\kappa}}{V^{\kappa-1}} = n_m RT$$
$$pV^{\kappa} = n_m RTV^{\kappa-1}\text{, odnosno}$$
$$TV^{\kappa-1} = const.$$

Zakon održanja energije pri analizi ponašanja termodinamičkih sistema se definiše **I zakonom termodinamike** koji glasi: *Količina toplote* (δQ) *dovedena sistemu se* *raspodeljuje na promenu unutrašnje energije sistema* (dU) *i na rad* (δA) *koji vrši taj sistem.*

$$\delta Q = \delta A + dU$$ [17]

Ako se prvi zakon termodinamike primeni na izotermski proces onda će on imati oblik:

$$\delta Q = \delta A$$

zato što pri nepromenjenoj temperaturi nema promene unutrašnje energije:

$$dU = mc_v \Delta T = 0 \text{ za } \Delta T = 0.$$

Pri izohornoj promeni stanja idealnog gasa izraz za prvi zakon termodinamike će biti:

$$\delta Q = dU$$

jer nema širenja gasa pa samim tim nema ni vršenja rada.

Za adijabatsku promenu stanja se ima da je sistem izolovan od okruženja pa stoga nema ni dovedene količine toplote dQ=0, te će prema prvom zakonu termodinamike biti:

$$0 = dU + \delta A$$
$$\delta A = -dU$$

što praktično znači da će se rad vršiti na račun promene unutrašnje energije (hlađenja) gasa.

Opšti izraz za izračunavanje rada pri termodinamičkim procesima nad idealnim gasom se može izvesti kao:

$$A = F \cdot \Delta s$$
$$A = p \cdot A \cdot \Delta s$$
$$A = p \cdot \Delta V$$

[17] Veličine Q i A nisu funkcije stanja sistema te nemaju totalni diferncijal, stoga oznake δ.

gde je sila definisana preko pritiska $p = F \cdot s$, a ΔV predstavlja promenu zapremine. prethodna definicija rada idealnog gasa je tačna samo u slučaju izobarnog termodinamičkog procesa $p=const.$, dok je opšti izraz u svim drugim slučajevima:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$ [18]

Kod izotermske promene stanja idealnog gasa rad se može odrediti kao:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = n_m RT \int_{V_1}^{V_2} dV = n_m RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

odnosno:

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2 V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Na osnovu prvog zakona termodinamike rad je kod izohorske promene stanja idealnog gasa jednak nuli, jer ne dolazi do promene zapremine.
Pri adijabatskoj promeni stanja se ima da je:

$$dA = pdV = -dU = -n_m C_v dT$$

gde je C_v molarna toplota gasa pri konstantnoj zapremini (količina toplote koju treba da primi jedan mol gasa da bi mu se temperatura podigla za jedan stepen kelvina ili celzijusa). Analogno prethodnom C_p bi predstavljalo molarnu toplotu gasa pri konstantnom pritisku. Molarne toplote C_p i C_v stoje u istom odnosu kao i specifične toplote gasa c_p i c_v ($C_p/C_v=\kappa$).
Molarna toplota C_v se može izraziti iz:

$$C_p - C_v = R \Rightarrow C_p = R + C_v$$

$$C_p/C_v = \kappa = \frac{R + C_V}{C_v}$$

[18] Videti prilog 2.

$$Cv = \frac{R}{\kappa - 1}$$

Ako se ovako dobijen izraz za molarnu toplotu gasa pri konstantnom pritisku uvrsti u jednačinu za rad pri adijabatskom procesu, imaće se:

$$dA = -\frac{n_m R}{\kappa - 1} dT$$

što će integraljenjem u granicama od T_1 do T_2 dati:

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\kappa - 1}.$$

Pitanje 10.1. Šta predstavlja glavni zadatak termodinamike?

Pitanje 10.2. Kako se definiše pojam termodinamičkog sistema?

Pitanje 10.3. Definisati termodinamički proces.

Pitanje 10.4. Šta označava vrednost apsolutne nule?

Pitanje 10.5. Koliki je linearni termički koeficijent tela kome se prilikom zagrevanja za 20°C dužina promeni za 10%?

Pitanje 10.6. Koeficijent linearnog termičkog širenja materijala iznosi $2 \cdot 10^{-3}$ $^{\circ}C^{-1}$. Kolike su vrednosti njegovog površinskog i zapreminskog temperaturnog koeficijenta širenja?

Pitanje 10.7. Definisati specifičnu tolotu tela?

Pitanje 10.8. Poređati agregatna stanja po stepenu uređenosti počevši od najuređenijeg.

Pitanje 10.9. Koje je agregatno stanje supstance najzastupljenije u univerzumu?

Pitanje 10.10. Šta predstavlja pojam faznog prelaza?

Pitanje 10.11. U čemu se ogleda razlika između realnih i idealnih gasova?

Pitanje 10.12. Napisati jednačinu stanja idealnog gasa.

Pitanje 10.13. Na koju vrstu termodinamičkog procesa idealnog gasa se odnosi Bojl-Mariotov zakon?

Pitanje 10.14. Ako je odnos temperatura idealnog gasa pre i posle zagrevanja na konstantnompritisku jednak 0,5, a zapremina na početku procesa iznosila 1 dm^3, kolika je zapremina gasa na kraju procesa?

Pitanje 10.15. Kako se naziva termodinamički proces idealnog gas kod koga se ne menja zapremina i kojim je zakonm definisan takav proces?

Pitanje 10.16. Šta predstavlja termički koeficijent pritiska gasa?

Pitanje 10.17. Pri kom tipu termodinamičkog procesa idealnog gasa ne dolazi do razmene toplote sistema sa okruženjem?

Pitanje 10.18. Čemu je jednaka vrednost adijabatske konstante za posmatrani idealni gas?

Pitanje 10.19. Na koje se sve načine može izraziti vrednost univerzalne gasne konstante? (Napisati odgovarajuće jednačine i objasniti ih.)

Pitanje 10.20. Koja su tri identiteta (jednakosti) kojima se može opisati adijabatska promena stanja idealnog gasa? (Napisati odgovarajuće jednačine i objasniti ih.)

Pitanje 10.21. Definisati i matematički zapisati I zakon termodinamike.

Pitanje 10.22. Napisati I zakon termodinamike za izotermski proces.

Pitanje 10.23. Napisati I zakon termodinamike za izohorski proces.

Pitanje 10.24. Napisati I zakon termodinamike za adijabatski proces.

Pitanje 10.25. Kako glasi opšti izraz za izračunavanje rada idealnog gasa?

Pitanje 10.26. Napisati izraz za rad idealnog gasa kog adijabatske promene stanja.

11. Geometrijska optika

11. Pitanje: Vrednosti poluprečnika krivine dve strane sabirnog sočiva su jednake $R_1=R_2$ i iznose po 1 m, a vrednost indeksa prelamanja stakla od kojeg je sočivo sačinjeno u odnosu na vazduh 1,5. Koliko iznosi vredenost žižne daljine f tog sočiva?

Vidljiva svetlost prestavlja usko područje (talasnih dužina λ=3-7·10^{-7}m) spektra elektromagnetnih talasa. Međutim ovakva definicija svetlosti nije potpuna jer svetlost osim svoje talasne prirode pokazuje ponašanje karakteristično za čestice. Zato se često kaže da svetlost ima *dualističku* (dvostruku) prirodu. Čestica kojom se svetlost može opisati naziva se *foton* i koja ima svostvo da joj je masa mirovanja jednaka nuli i da pri tom sobom ne nosi nikakvo naelektrisanje. S obzirom na poslednje rečeno foton se teško može skrenuti sa svoje putanje, tj. svetlosni zrak se prostire pravolinijski, što je definisano i *Fermaovim* (*Pierre Fermat 1601. – 1665. francuski matematičar i fizičar*) principom koji glasi: *Svetlosni zrak se prostire tako, da mu je optička dužina puta najkraća moguća*.
Postoje izuzeci, kao prilikom prolaska svetlosti pored tela izuzetno velikih masa (masivnih zvezda, crnih rupa, neutronskih zvezda itd.) gde dolazi do skretanja svetlosnih zraka usled gravitacionog međudejstva.
Grana fizike koja se bavi proučavanjem osobina svetlosti i principima formiranja likova uz pomoć odgovarajućih uređaja, naziva se *optika*. Optika se može baviti proučavanjem talasne prirode svetlosti i pojava difrakcije i interferncije koje iz takvih osobina svetlosti proizilaze. Onda se govori o *fizičkoj optici*. Kada je predmet proučavanja čestična ili korpuskilarna priroda svetlosti, energija koja se pritom prenosi i interakcija fotona sa materijom, tada je reč o *kvantnoj optici*. Ukoliko je akcenat stavljen na zakone prelamanja

i odbijanja, dobijanje likova uz pomoć optičkih uređaja, principe rada pojedinih optičkih pomagala, radi se o *geometrijskoj optici*.

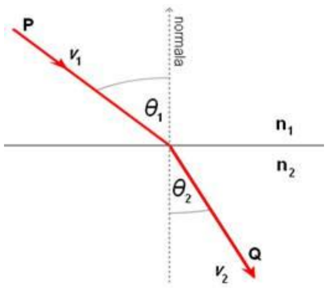
Svetlost ne prostire jednako brzo u svim sredinama. Brzina svetlosti u vakuumu iznosi $c \approx 300000$ km/s. Ova brzina predstavlja maksimalnu brzinu u univerzumu, kako pojedini teorijski fizičari kažu, mi živimo u *subluminarnom* svetu. Brzina prostiranja svetlosti u nekim drugim sredinama (vodi, vazduhu, staklu...) je manja od brzine u vakuumu. Odnos brzine svetlosti u vakuumu i brzine u pojednoj sredini predsatvlja takozvani *indeks prelamanja svetlosti* i obeležava se sa *n*.

Ako poznajemo indeks prelamanja onda će optički put l definisan fermaovim principom biti:

$$l = n \cdot l_0$$

gde je l_0 geometrijski put koji je svetlosni zrak prešao.

Prilikom prelaska svetlosnog zraka iz sredine sa indeksom prelamanja n_1 u sredinu indeksa prelamanja n_2, dolazi do propuštanja ili do odbijanja svetlosti. Ukoliko dođe do propuštanja svetlost se prelama i to tako da je odnos sinusa upadnog i sinusa izlaznog ugla (u odnosu na normalu) jednak suprotnom odnosu indeksa prelamanja dveju sredina (slika).



Prelamanje svetlosti pri prelasku iz jedne u drugu optičku sredinu

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1}$$, (zakon prelamanja svetlosti) *Decart-Snelius*-ov zakon.

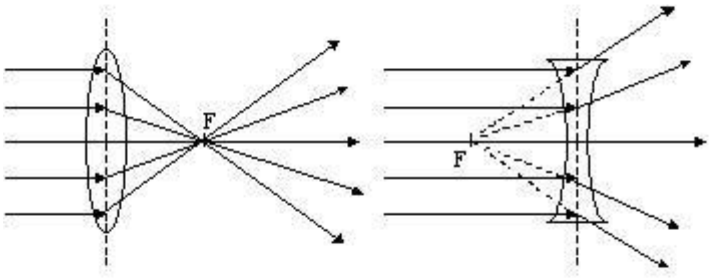
gde su v_1 i v_2 brzine korespondne brzine prostiranja talasa u sredinama 1 i 2.

Primer prethodnog je posmatranje riba u bistroj vodi. Posmatraču koji je na obali izgleda da je riba bliža nego što zapravo jeste. Uzrok ove pojave je u prelamnaju svetlosti pri prelasku iz vazduha (optički ređa sredina) u vodu (optički gušća sredina). Posledica ovoga je da će ribolovac morati da zabaci udicu dalje od mesta na kome vidi ribu u vodi.

Stvarni i prividni položaj tela u vodi

Očigledan je zaključak da se pri prelasku svetlosnog zraka iz optički ređe u optički gušću sredinu ugao sa normalom na kontaknu površinu, smanjuje i obratno.

Ovo se može primeniti i na prelamanje svetlosti pri prelasku iz vazduha u staklo. Na principu dvostrukog prelamanja funkcionišu *sočiva*. Materijal koji se upotrebljava za izradu sočiva je staklo. U odnosu na vazduh ili vakuum staklo prestavlja gušću optičku sredinu kroz koju svetlost putje manjom brzinom. Kao primer će se uzeti ispupčeno (konveksno sočivo).

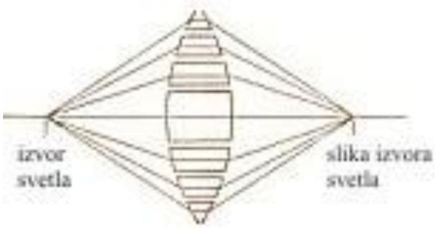


a) b)

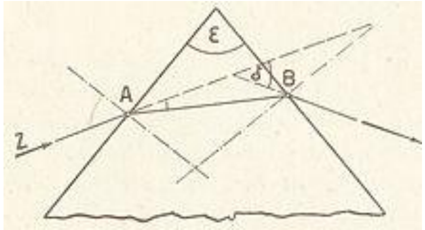
Prelamanje svetlosnih zraka
na a) konveksnom - sabirnom i
b) konkavnom – rasipnom sočivu

Sabirno sočivo ima dve ispupčene (konveksne) površine istih ili različitih radijusa krivine (R_1 i R_2). Svojstvo sabirnog sočiva je da upadni paralelni snop svetlosti propušta tako da se svi zraci seku na suprotnoj strani sočiva u tački F koju nazivamo *žiža*. Rastojanje žiže F od sredine sočiva se naziva žižna daljina *f*. Kod rasipnog sočiva žižna daljina f ima negativan predznak. Razlog usled koga se svi zraci koji padaju na sočivo po izlasku iz njega seku u istoj tačci moguće je objasniti ukoliko se sočivo podeli na manje delove – prizme.

Svaka elementarna prizma sočiva dva puta prelama zrak svetlosti *Z*, jednom prilikom njegovog ulaska u sočivo, a drugi put kada zrak izlazi iz sočiva.



a)



b)

Elementarne prizme iz kojih se sastoji sočivo (a) i prelamanje svetlosnog zraka kroz prizmu (b)

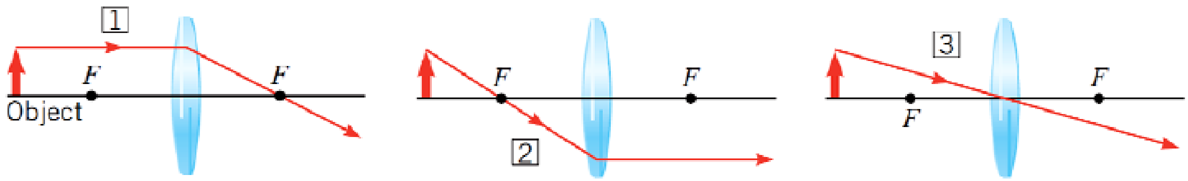
Žižna daljina f zavisi od materijala, odnosno indeksa prelamanja sredine n, od kojeg je sočivo napravljeno (stakla) i od poluprečnika krivina obe strane sočiva (R_1 i R_2).

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

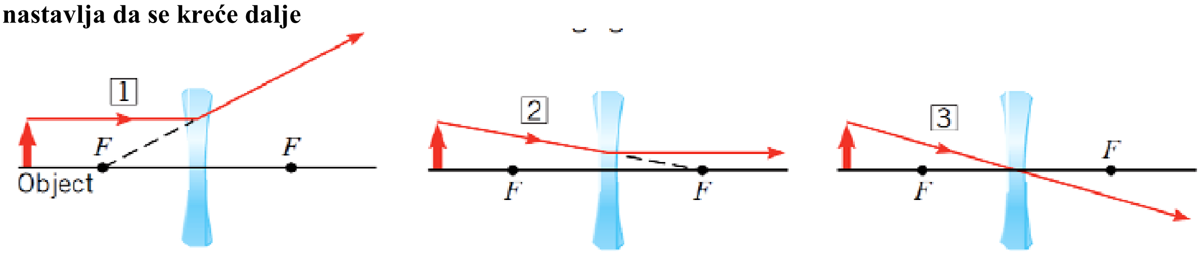
Prethodna jednačina se naziva *optička jednačina sočiva* i važi za takozvana tanka sočiva. Jedančine koje pokazuju zavisnost žižne daljine f, rastojanja predmeta p i lika l se nazivaju *jednačine sočiva*:

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$, jednačina sabirnog sočiva;

$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$, jednačina rasipnog sočiva.

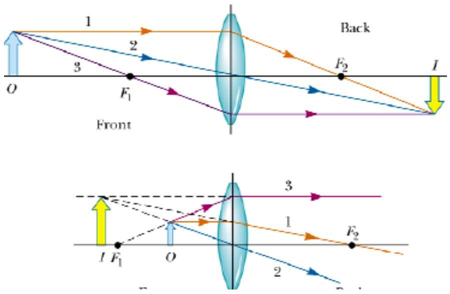


Karakteristični zraci pri konstrukciji lika na sabirnom sočivu: 1 – paralelan sa glavnom optičkom osom (prava koja prolazi kroz optički centar sočiva i na kojoj se nalaze žiže), pri prolasku kroz sočivo nastavlja prema žiži; 2 – prolazi kroz prednju žižu i pri prolasku kroz sočivo nastavlja da se kreće paralelno sa glavnom optičkom osom; 3 – prolazi kroz optički centar sočiva i bez prelamanja nastavlja da se kreće dalje

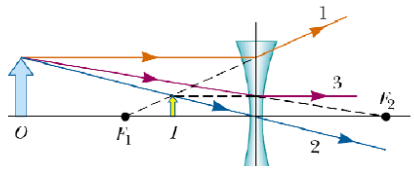


Karakteristični zraci pri konstrukciji lika na rasipnom sočivu

Pri formiranju lika važno je da se izaberu dva od tri karakteristična zraka (kao na slici) i da se odredi njihova presečna tačka. Formirani likovi kod sabirnog sočiva mogu biti realni i imaginarni (slika), dok su kod rasipnih isključivo imaginarni.



Realni i imaginarni lik kod sabirnog sočiva



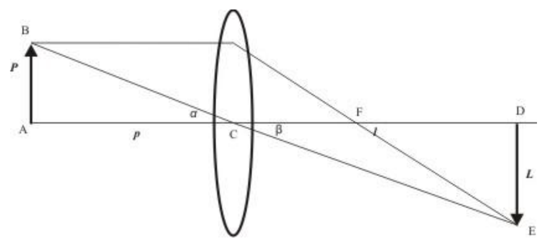
Virtualni lik kod rasipnog sočiva

Pojam realnog i imaginarnog lika se odnosi na dobijeni presek karakterističnih zraka. Kod reaknih likova lik se dobija na preseku stvarnih svetlosnih zraka, dok se kod imaginarnih likova presecaju zamišljeni produžeci zrakova prelomljenih na sočivu.

Sa slika je uočljivo da veličine predmeta *P* i likova dobijenih pomoću sočiva *L* nisu iste. Odnos veličine lika i predmeta se naziva *linijsko uvećanje U*:

$$U = \frac{L}{P} = \frac{l}{p}$$

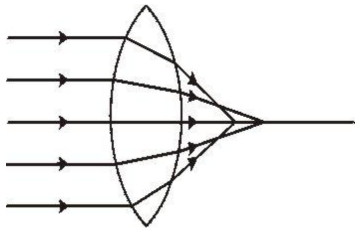
koje je takođe jednako i odnosu rastojanju lika *l* i rastojanju predmeta *p* od optičkog centra sočiva. Poslednja tvrdnja proizilazi iz sličnosti trouglova koje grade predmet, lik i karakteristični zraci, sa glavnom optičkom osom.



Trouglovi ABC i CDE su slični (*α=β;* uglovi u temenima A i D su pravi) te se ima da je *l/p=CD/AB=L/P*

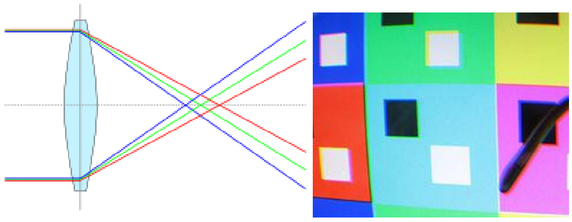
U realnim uslovima sočiva nemaju idealne geometrijske karakteristike, pa se usled toga pojavljuju nedostaci sočiva: *sferna aberacija, hromatska aberacija, koma, astigmatizam i distorzija.* U opšteno govoreći aberacije predstavljaju odstupanja dobijenog lika na sočivu od njegovog idealnog oblika.

Sferna aberacija predstavlja odstupanje koje se dešava na glavnoj optičkoj osi usled različitog prelamanja perifernih i centralnih svetlosnih zraka na sočivu, usled koga se dobija longitudinalno (longitudinalna aberacija) ili transverzalno (transverzalna aberacija) proširena slika.



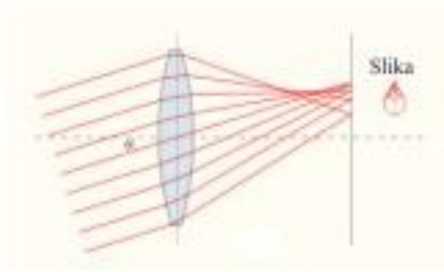
Sferna aberacija kod sabirnog sočiva
svi zraci se ne seku u žiži

Hromatska aberacija je poput sferne, odstupanje koje se dešava na glavnoj optičkoj osi, a ogleda se u tome što se svetlosnio talasi različitih talasnih dužina prelamaju sa različitom vrednošću indeksa prelamanja. Na primer, plava svetlost, manje talasne dužine, se prelama pod većim uglom u odnosu na crvenu svetlost veće vrednosti talasne dužine.



Hromatska aberacija na sabirnom sočivu i primer
zamućenosti i pomeranja boja koji nastaju kao njena posledica

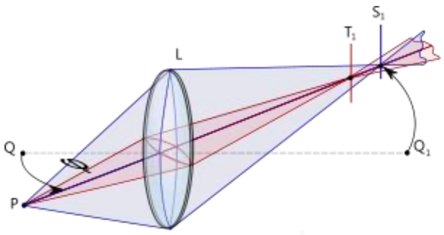
Greška preslikavanja tačke van optičke ose se naziva koma. Slika tačke je razvučena u oblik kapljice sa svetlim jezgrom. Kvalitet slika se pogoršava udaljavanjem tačke predmeta od optičke ose.



Koma prilikom prelamanja svetlosnih zraka koji dolaze pod uglom na sabirno sočivo

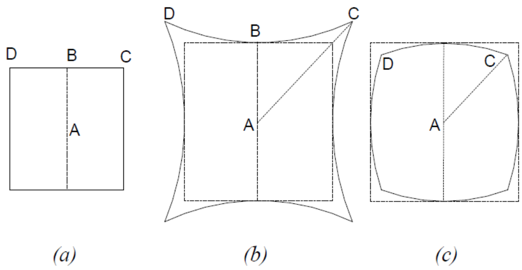
Koma se javlja kod širokih snopova, koji ulaze u optički sistem pod uglom vidnog polja. Kao posledica kome, simetrija snopa zraka je narušena. Zbog narušene simetrije snopa zraka, zraci u ravni lika formiraju mrlju, koja ima karakterističan oblik kapljice. Koma je uzrokovana činjenicom, da su glavne ravni sfernih sočiva zakrivljene površi , a mogu se smatrati ravnim površinama samo za paraksijalnu oblast, tj. oblas neposredno uz glavnu optičku osu.

Najjednostavnije rečeno astigmatizam predstavlja nedostatak sočiva usled nejednakih radijusa zakrivljenosti površine sočiva. Usled ovoga se pojavljuju dve žiže: žiža horizontalnog fronta i žiža vertikalnog fronta svetlosnih talasa. Zbog toga se lik vanosne tačke formira kao presek dve uzajamno normalne linije.



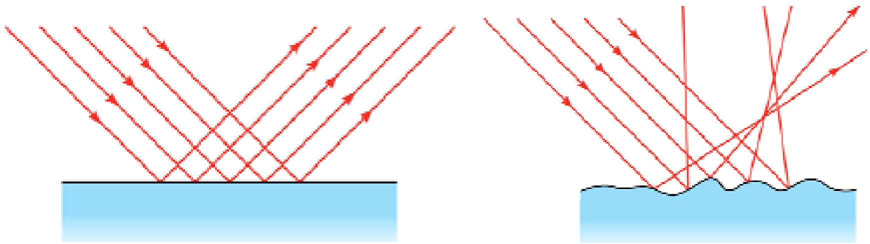
Astigmatizam
Tangencijalna ravan je označena ljubičasto, a transverzalna roze bojom

Distorzija u odnosu na sve druge aberacije ima sasvim posebne osobine. Ona ne izaziva nejasnoću slike predmeta, već samo deformisanost slike predmeta. Nastaje kao posledica promena uvećanja idući od optičke ose sočiva ka periferiji.



Distorzija: a) uvećanje ostaje isto, nema distorzije; b) uvećanje se povećava, pozitivna distorzija; c) uvećanje se smanjuje, negativna distorzija

Osim slučajeva u kojima svetlosni zraci prelaze iz jedne u drugu optičku sredinu, tj. bivaju propušteni, odnosno *transmitovani*, oni se mogu tom prilikom delimično i odbiti (*reflektovati*). Najpoznatiji i najjednostavniji primer refleksije je kod ogledala, koje se nadalje smatra za idealno glatku površinu. Osim idealne *ogledalske refleksije* kod koje se zraci odbijaju pod istim uglom pod kojim su i dospeli na površinu ogledala, postoji i *difuzna refleksija* gde se svetlost reflektuje od hrapave površine.

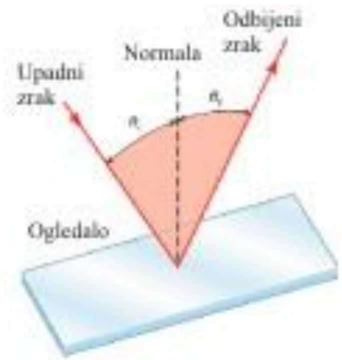


(a) **(b)**

Refleksija (odbijanje) svetlosti (a) ogledalska i (b) difuzna refleksija

Zakoni odbijanja svetlosti se odnose na ogledalsku refleksiju.

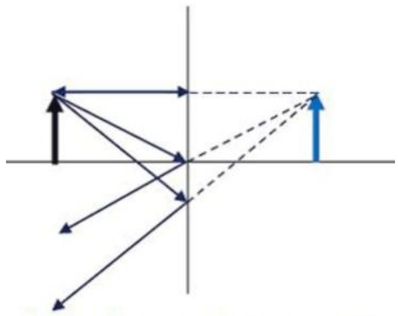
Prvi zakon odbijanja svetlosti postavlja upadni (*incidentni*) zrak, odbijeni (*reflektovani*) i normalu u istu ravan.



Međusobni položaj upadnog zraka, odbijenog zraka i normale na površinu u tački upada

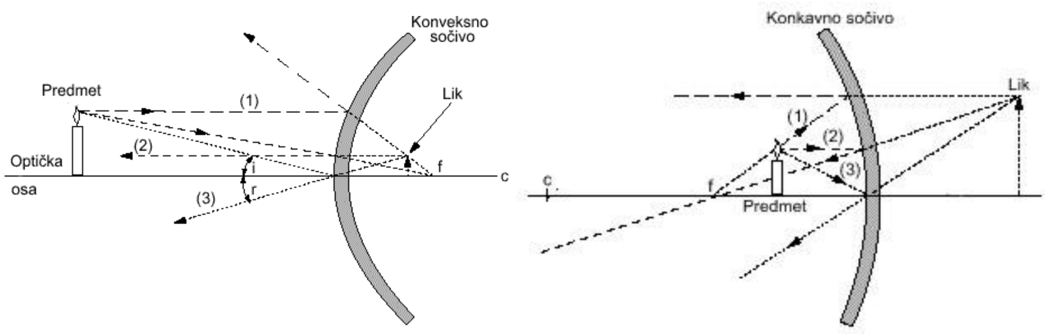
Ugao pod kojim svetlosni zrak pada na površinu ogledala θ_i jednak je uglu pod koji se odbija od površine ogledala θ_r, što predstavlja definiciju drugog zakona odbijanja svetlosti.

Ogledala predstavljaju idealne refleksivne površine, što znači da se kod njih skoro sva dospela svetlost odbija. Svetlost koja dolazi od predmeta se odbija o površinu ogledala (reflektuje) i formira se lik predmeta. Ovako formiran lik u ravnom ogledalu je virtuelan, uspravan, iste veličine i simetričan u odnosu na ravan ogledala (ravanska simetrija).



Formiranje slike u ogledalu: crna strelica označava predmet, a plava njegov virtuelni lik u ogledalu

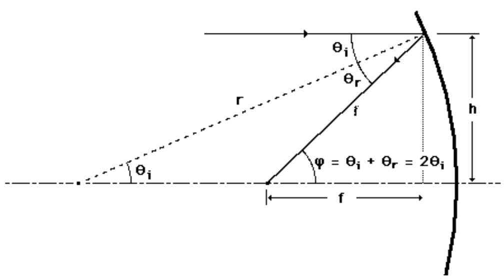
Osim ravnih od značaja za razmatranje su i zakrivljena ogledala: konkavna i konveksna.



(a) **(b)**

Formiranje lika u (a) konveksnom i (b) konkavnom ogledalu

U slučaju konveksnog ogledala kada se predmet nalazi na bilo kom rastojanju od ogledala, lik je: uspravan, umanjen i virtuelan. Kod konkavnog ogledala kada je predmet na rastojanju od jedne do dve žižne daljine od ogledala lik je: uvećan, obrnut (stoji naopako) i realan. Za slučaj kada se predmet nalazi između žiže i ogledala lik je: uvećan, imaginaran i uspravan. Kako se na slici vidi sferna ogledala (kako se konveksna i konkavna ogledala nazivaju jednim imenom) imaju svoju žižu, na slici označena sa f, koja ima isto fizičko značenje kao i kod sočiva. Ako je radijus krivine ogledala *r* onda je žižna daljina *f*: $f = \frac{1}{2} r$.



Geometrija konveksnog sočiva

Poslednju tvrdnju je moguće izvesti na osnovu geomatruje konveksnog sočiva prikazanog na slici. Upadni ugao zraka paralelnog sa optičkom osm je θ_i, dok je odbojni θ_r. Ova dva ugla su jednaka po prvom zakonu odbijanja svetlosti. Po pravilu jednakosti uglova sa paralelnim kracima ugao koji gradi radijus krivine, u tački upada zraka, sa optičkom osom je takođe jednak sa θ_i. Ugao φ sa slike predstavlja dvostruku vrednost upadnog ugla θ_i. Iz teoreme o odnosu perifernog i centralnog ugla u kružnici, primenjenoj na centralni ugao θ_i i ugao φ ($\theta_i : \varphi = f : r$), sledi da se je žižna daljina duplo manja od radijusa krivine ogledala.

Kao ogledala kao i kod sočiva optička jednačina sfernog ogledala ima oblik:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

gde su: *f*, *p* i *l* žižna daljina, položaj predmeta i lika, respektivno.

Pitanje 11.1. U kom opsegu talasnih dužina se nalazi vidljivi deo spektra elektromagnetnog zračenja?

Pitanje 11.2. Kako glasi Fermaov princip?

Pitanje 11.3. Koji je predmet izučavanja optike?

Pitanje 11.4. Koji je predmet izučavanja geometrijske optike?

Pitanje 11.5. Koliko iznosi približna vrednost brzine svetlosti u vakuumu?

Pitanje 11.6. Šta predstavlja indeks prelamanja svetlosti?

Pitanje 11.7. Ako svetlost u sredini indeksa prelamanja 1,2 pređe geometrijski put od 1 m, koliki je optički put pri tome prevalila?

Pitanje 11.8. Kako glasi Dekart-Snelijusov zakon prelamanja? (Napisati odgovarajuću matematičku formulaciju).

Pitanje 11.9. Eskim sa obale harpunom gađa ribu u vodi. Da bi bio što sigurniji u pogodak, gde treba da baci harpun u odnosu na poziciju ribe koju vidi?

Pitanje 11.10. Šta je žiža, a šta žižna daljina?

Pitanje 11.11. Napisati i objasniti optičku jednačinu sabirnog sočiva.

Pitanje 11.12. Napisati i objasniti optičku jednačinu rasipnog sočiva.

Pitanje 11.13. Kakvi se likovi uvek dobijaju na rasipnom sočivu?

Pitanje 11.14. Ako je visina predmeta 2 cm, a lika, dobijenog na sabirnom sočivu, 5 cm, kolika je vrednost linijskog uvećanja sočiva?

Pitanje 11.15. Nabrojati vrste nesavršenosti kod sočiva.

Pitanje 11.16. Usled čega se javlja hromatska aberacija?

Pitanje 11.17. Kako glase I i II zakon odbijanja svetlosti?

Pitanje 11.18. Koje vrste ogledala postoje?

Pitanje 11.19. Kakav se lik dobija kod konveksnog ogledala?

Pitanje 11.20. Napisati optičku jednačinu sfernog ogledala.

12.Električne struje

12. Pitanje: U delu strujnog kola otpornici R_1, R_2 i R_3 su vezani paralelnom vezom. Koliko iznosi vrednost ekvivalentnog otpornika kojom se otpornici R_1, R_2 i R_3 mogu zameniti, ako su $R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$ i $R_3 = 50\ \Omega$?

Pojam električne struje se vezuje za usmereno kretanje nosilaca naelektrisanja pod dejstvom električnog polja, odnosno *elektomotorne sile* u provodnicima. Ovde je zgodno upotrebiti analogiju sa proticanjem tečnosti kroz cev konstantnog poprečnog preseka (poglavlje 10.). Protok molekula tečnosti se može poistovetiti sa protokom nosilaca naelektrisanja (najčešće su to elektroni). Razlika pritisaka koja izaziva protok tečnosti u slučaju kretanja nosilaca naelektrisanja je elektromotorna sila izazvana razlikom potencijala na krajevima provodnika, a sam provodnik predstavlja cev kroz koju elektroni struje.

Protok tečnosti kroz cev poprečnmog preseka *S* se računa prema poznatom izrazu:

$$\dot{Q} = \rho v S$$

Na veoma sličan nači se dolazi i do vrednosti količine proteklog naelektrisanja kroz provodnik poprečnog preseka *S*:

$$Q = n \cdot v_e \cdot S \cdot e$$

Ono što je kod proticanja tečnosti predstavljalo gustinu *ρ,* kod proticanja elektrona je koncentacija elektrona *n,* brzina molekula tečnosti *v* je kod proticanja elektrona je brzina elektrona v_e. Pošto je reč o količini proteklog naelektrisanja broj elektrona još treba pomnožiti vrednošću naelektrisanja jednog elektrona *e*.

Pri proticanju tečnosti se govori o njenom stujanju ili struji tečnosti, dok se pri proticanju elektrona može govoriti o struji elektrona ili ***električnoj stuji*** *I,* koja upravo odgovara protoku naelektrisanja:

$$I = S \cdot n \cdot e \cdot v_e$$

Jedinica za jačinu struje u SI sistemu mera je A amper, 1A = C·s (po francuskom fizičaru *André-Marie Ampère,* 1775. – 1863.). Ovakva električna struja koja u vremenu ne menja svoj tok, odnosno smer proticanja naziva se ***jednosmerna struja***.

Jačina električne struje zavisi od električnog polja, odnosno ***napona*** (razlike potencijala) koje je izaziva. Eksperimentalno je ustanovljeno da se veza između jačine struje i napona, pri konstantnoj temperaturi provodnika, može iskazati kao:

$$I = \frac{U}{R}$$

što znači da je jačina stuje srazmerna sa naponom koji je izaziva. Ovo je relacija poznata kao ***Omov zakon*** (*Georg Simon Ohm,* 1789. – 1854.; nemački fizičar). U Omovom zakonu figuriše i vrednost *R,* koja karakteriše materijal od koga je provodnik napravljen i ona se naziva *električni otpor.* Električni otpor zavisi i od dimenzija provodnika. Ukoliko imamo cilindrični provodnik dužine l i porečnog preseka S onda će njegov električni otpor biti:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

gde je ρ [Ω·m] jedinična specifična otpornost materijala provodnika. Jedinica SI sistema u kojima se električni otpor izražava je Ω (om).

Suprotna veličina specifičnoj otpornosti je specifična provodnost materijala:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ [S/m]}$$

čija je jedinica simens po metru (*Werner von Siemens*, 1816. – 1892.; nemački inžinjer i inovator). Ako se dalje u jednačini za omov zakon zameni izraz za otpornost R imaće se:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l}$$

Na desnoj strani poslednje jednačine figuriše član $\frac{U}{l}$ koji predstavlja jačinu električnog polja u posmatranom provodniku:

$$E = \frac{U}{l} \text{ [V/m]}$$

čime se ustvari pokazuje već izneta konstatacija o uzroku nastanka električne stuje.

Specifična otpornost provodnika je veličina koja zavisi od temperature na kojoj se provodnik nalazi, a zavisnost je sa pozitivnim predznakom i predstavljena je izrazom:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \cdot t)$$

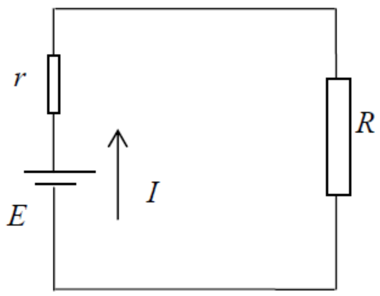
gde je ρ_0 specifična otpornost materijala provodnika na 0°C a α temperaturni koeficijent otpornosti čija je približna vrednost oko 1/250 $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Prilikom prolaska elektrona kroz provodnik otpora *R* dolazi do njihovog sudaranja sa atomima te im tom prilikom predaju deo svoje kinetičke energije. Kako se sudari kontinuirano dešavaju srednja vrednost kinetičke energije elektrona se praktično ne povećava i ako bi zbog stalnog dejstva električnog polja morala. Atomi provodnika usled stalnih sudara sa provodnim elektronima počinju da vibriraju brže, a njihova povećana energija se manifestuje povećanjem temperature. Ovako stvorena toplota se naziva Džulova toplota ili često snaga Džulovih gubitaka P_j:

$$P_j = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

a poslednja jednačina se naziva ***Džulov zakon***.

Da bi jednosmerna struja proticala neophodno je da postoji zatvoreni električni krug odnosno *električno kolo.* Najjednostavnije električno kolo se sastoji od osnovnih elemenata kola: *izvora struje* ili *električnog generatora E, potrošača* električne energije *R* i *provodnika.*

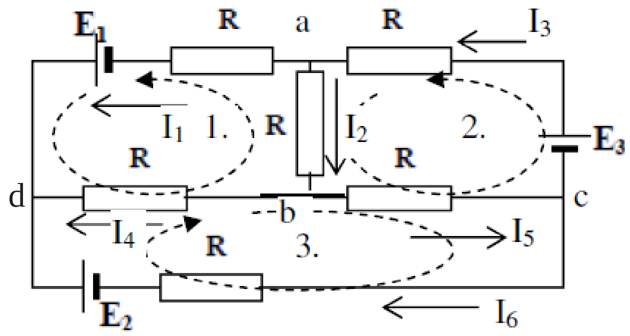


Prosto kolo jednosmerne struje

U praksi se uzima da izvor električne struje takođe poseduju neku svoju otpornost koja se naziva *unutrašnja otpornost izvora* r_i. Kada se na posmatrano kolo primeni Omov zakon može se za poznate R, r_i i E izračunati jačina stuje koja protiče kroz kolo:

$$I = \frac{E}{r_i + R}$$

U praksi su strujna kola složenije strukture u kojima postoji više zatvorenih kontura i elemenata kola povezanih na različite načine. Kod složenog električnog kola se definišu *čvorovi, grane* i *zatvorene konture.* Čvorovi predstavljaju mesta gde se stiču tri ili više provodnika. Grana označava deo kola između dva čvora na kojem se nalaze jedan ili više redno vezanih elemenata kola. Zatvorena kontura je deo složenog kola sa redno vezanim elementima kola kod koga se poklapaju polazna i krajnja tačka.



Složeno kolo jednosmerne struje

Složeno kolo na slici ima 4 čvora, 3 konture i 6 grana. Čvorovi su tačke a, b, c i d; konture su na slici obeležene brojevima 1, 2 i 3, dok su grane delovi kola između tačaka: a-b, a-c, a-d, b-c, b-d i c-d. Kružne isprekidane linije u konturama predstavljaju proivoljno izabrane smerove struja u tim kontura. Na isti način se odrede i smerovi struja u granama kola: I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 i I_6. Ovo su potrebne pripremne radnje pre samog rešavanja kola, koje se sastoji u nalaženju vrednosti za jačinu struje u granama kola. Rešavanje kola se obavlja primenom dva pravila koja se nazivaju I i II *Kirhofov zakon.*

I Kirhofov zakon ili prvo Kirhofovo pravilo glasi: *algebarski zbir svih struja koje se stiču u jednom čvoru je jednak nuli*. Na osnovu ovog pravila a za dato kolo na slici imaju se sledeće jednačine:

za čvor a: $I_3 = I_1 + I_2$ (1)

za čvor b: $I_2 = I_4 + I_5$ (2)

za čvor c: $I_5 = I_3 + I_6$ (3)

za čvor d: $I_1 = -I_4 - I_6$ (4)

II Kirhofov zakon ili drugo Kirhofovo pravilo glasi: *algebarski zbir elektromotornih sila jednak je algebarskom zbiru elektrootpornih sila (padu napona na otpornicima) u jednoj konturi*. Za posmatrano kolo prema II Kirhofovom zakonu će se imati:

kontura 1: $E_1 = I_1R - I_2R - I_4R$ (5)

kontura 2: $E_2 = I_2R + I_3R + I_5R$ (6)

kontura 3: $E_3 = -I_4R + I_5R + I_6R$ (7)

Dalji postupak se svodi na rešavanje sistema jednačina sa više nepoznatih.

Jednačina (2) se transformiše u $I_5 = I_2 - I_4$ (2a) ;

jednačina (3) se transformiše u $I_6 = I_5 - I_3$ (3a).

Sad se vrednost za I_5 iz (2a) i vrednost za I_3 iz (1) zameni u (3a) dobija se: $I_6 = -I_1 - I_4$ (4)

Formiran je novi sistem (1), (2a) i (4):

$I_3 = I_1 + I_2$

$I_5 = I_2 - I_4$

$I_6 = -I_1 - I_4$

gde su struje I_3, I_5 i I_6 definisane preko I_1, I_2 i I_4.

Zamenom jednačina (1), (2a) i (4) u (5), (6) i (7) dobija se sistem od tri jednačine sa tri nepoznate:

$E_1 / R = I_1 - I_2 - I_4$ (8)

$E_2 / R = -I_1 + I_2 - 3I_4$ (9)

$E_3 / R = I_1 + 3I_2 - I_4$ (10)

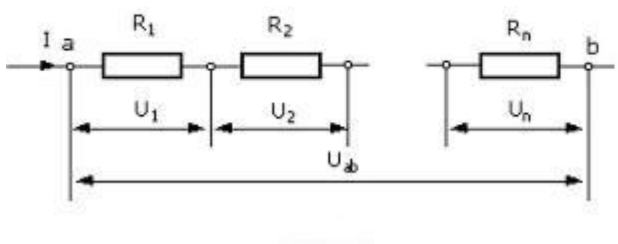
Sabiranjem (8)+(9) dobija se da je: $-4I_4 = (E_1 + E_2)/R$, odnosno $I_4 = (E_1 + E_2)/4R$.

Sabiranjem (9)+(10) dobija se da je: $4I_2 = (E_2 + E_3)/R + 4I_4$, odnosno $I_2 = (E_2 + E_3)/4R + (E_1 + E_2)/R$.

Struja I_1 se dobija zamenom vrednosti za I_2 i I_4 u jednačini (8):

$I_1 = E_1 / R + I_2 + I_4 = E_1 / R + (E_1 + E_2)/4R + (E_2 + E_3)/4R + (E_1 + E_2)/R$.

U složenim strujnim kolima postoji mogućnost da se između dva čvora pojavi više otpornika iste ili različite otpornosti. Oni pri tome mogu međusobno biti vezani ***redno*** ili ***paralelno***.



Redna veza otpornika

Radi lakšeg rešavanja kola kod koga se pojavljuju na red i/ili paralelno vezani otpornici primenjuju se pravila sprezanja. Za slučaj redne veze polazeći od Omovog zakona napon na svakompojedinačnom otporniku će biti:

$$U_i = IR_i$$

Ovo je stoga što ista struja prolazi kroz svaki od *n* otpornika sa slike. U tačkama a i b nema grananja pa isti broj elektrona koji je ušao u tačku a izlazi iz tačke b, tj. struja na ulazu otporničke strukture je jednaka struji na izlazu.
Ukupan napon između tačaka a i b se može napisati kao:

$$U_{ab} = IR_e = U_1 + U_2 + ... + U_n = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

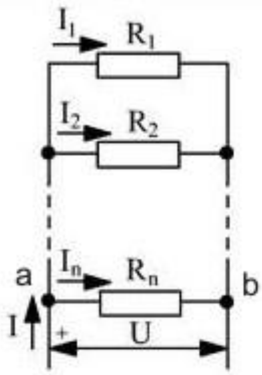
gde R_e predstavlja otpornost kojom se mogu zameniti svi redno vezani otpori.
Ako se sada zameni izraz za napon na svakom pojednačnom otporniku u poslednju jednačinu, dobija se:

$$U_{ab} = IR_1 + IR_2 + ... + IR_n = I \cdot \sum_{i=1}^{n} R_i = IR_e$$

odakle sledi da je:

$$R_e = R_1 + R_2 + ... + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_n$$

Zaključuje se da je ekvivalentna otpornost redno vezanih otpornika jednaka zbiru njihovih pojedinačnih otpornosti.



Paralelna veza otpornika

Kod paralelne veze otpornika polazi se od I Kirhofovog pravila za čvor a. Sruja I se grana na komponente I_1, I_2, ... I_n. Napon između čvorova a i b je isti za svaki od n paralelnih otpornika (a i b su zajednički čvorovi za sve otpornike). Prema tome je:

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i \ ,$$

$$U = IR_e \text{ i}$$

$$I_i = \frac{U}{R_i}$$

Kada se izraz za jačinu struje koja protiče kroz svaki pojedinačni otpornik zameni u jednačini Omovog zakona za napon između čvorova a i b dobija se:

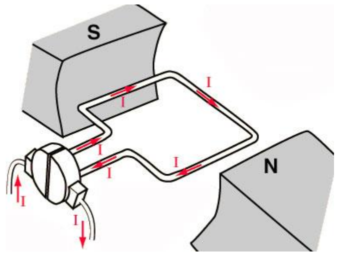
$$U = IR_e = R_e \sum_{i=1}^{n} \frac{U}{R_i} = R_e \frac{U}{R_1} + R_e \frac{U}{R_2} + ... + R_e \frac{U}{R_n} \Rightarrow$$

$$1 = R_e \frac{1}{R_1} + R_e \frac{1}{R_2} + ... + R_e \frac{1}{R_n} \text{ odnosno}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

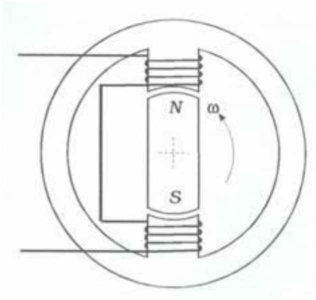
Recipročna vrednost ekvivalentne otpornosti paralelno vezanih otpornika jednaka je zbiru recipročnih vrednosti otpora svakog pojedinačnog otpornika.

Osim konstantnog proticanja elektrona kao nosilaca naelektrisnja u jednom smeru, od mesta višeg ka mestu nižeg potencijala (napona), u stalnom električnom polju, postoji još jedan način na koji se može odvijati protok struje. Radi se o kretanju elektrona u provodniku pod dejstvom *promenljivog* naponskog izvora, kod koga se polaritet menja periodično sa frekvencijom υ i kružnom frekvencijom $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \upsilon$. Primeri ovakvih periodično promenljivih naponskih izvora su *strujni generatori* koji vrše transformisanje mehaničke energije rotacije u električnu energiju. Najprostiji model generatora predstavlja ram sačinjen od provodnika koji rotira (rotor) u homogenom magnetnom polju nepokretnog *permanentnog* (stalnog) magneta (stator).



Generator električne struje sa pokretnim kalemom (magnetima na statoru)

Drugi tip generatora je onaj kod koga magnet rotira dok namotaji provodnika u kojima se generiše struja miruju.



Generator naizmenične struje sa magnetom na rotoru

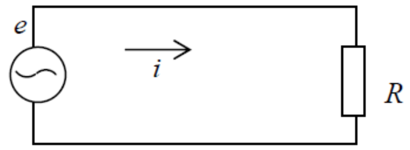
Prilikom kretanja provodnika u magnetnom polju ili nalaženjem provodnika u promenljivom magnetnom polju u provodniku se generiše – *idukuje* elektromotorna sila:

$$e = B\omega S \sin(\omega t)$$

Vrednost indukovane elektromotorne sile se očigledno menja po sinusnom zakonu i varira između neke maksimalne vrednosti E_{max} za $\sin(\omega t) = 1$ i – E_{max} za $\sin(\omega t) = -1$. Tako da se izraz za elektromotornu silu može predstaviti i kao:

$$e = E_{\max} \sin(\omega t)$$

Promena smera dejstva elektromotorne sile uslovljava oscilatorno kretanje elektrona. Oni se za razliku od jednosmerne struje ne kreću sve vreme u pravcu provodnika, već naizmenično na jednu i na drugu stranu. Ovakav vid proticanja struje se naziva ***naizmenična struja.***



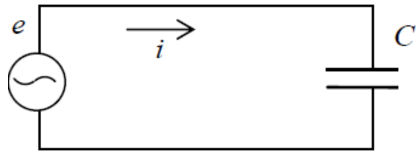
Kolo naizmenične struje sa otpornikom

Kod kola naizmenične struje sa otpornikom napon na otporniku R je jednak sa elektromotornom silom koju generiše izvor e: $u_R=e$, pa je onda struja koja prolazi kroz otpornik:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{E_{\max}\sin(\omega t)}{R} = I_{\max}\sin(\omega t)$$

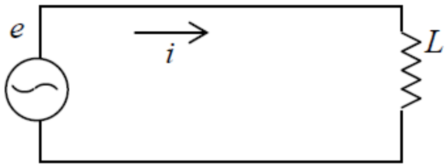
Na osnovu poslednjeg izraza se zaključuje da su napon i struja na otporniku u kolu naizmenične struje u fazi (član sin(ωt) figuriše u istom obliku i kod napona i kod struje).
Kada u kolo naizmenične struje umesto otpornika stavi kondenzator kapacitivnosti C onda se dobija izraz za struju kroz kondenzator:

$$i = I_{\max}\sin(\omega t + \pi/2)$$



Kolo naizmenične struje sa kondenzatorom

Ako se uporedi izraz za elektromotornu silu i struju kroz kondenzator primetiće se da struja kroz kondenzator fazno napreduje za $\pi/2$ u odnosu na napon.
Treći slučaj se odnosi na kolo naizmenične struje sa kalemom induktivnosti L.



Kolo naizmenične struje sa kalemom

Izraz za struju koja protiče kroz kondenzator će biti:

$$i = I_{\max} \sin(\omega t - \pi / 2)$$

što znači da stuja kroz kalem fazno kasni za naponom na kalemu za $\pi/2$.

Ako se uzme u obzir činjenica da se naizmenična struja stalno menja kako po smeru tako i po intenzitetu, veoma je teško odrediti njen intenzitet u svakom vremenskom trenutku. Za praktične potrebe računanja uzima se pogodna zamena u vidu jednosmerne struje koja će u toku jedne oscilacije imati isti energetski učinak kao i naizmenična struja. Ovakva vrednost naizmenične struje se naziva ***efektivna vrednost naizmenične struje*** i računa se kao:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}},$$

a ovakav način reprezentovanja se može primeniti i na naizmenični napon čime se dobija ***efektivna vrednost naizmeničnog napona***.

Pitanje 12.1. Objasniti pojam električne stuje.

Pitanje 12.2. Koja je osnovna karakteristika jednosmerne struje?

Pitanje 12.3. Usled čega se javlja proticanje električne struje?

Pitanje 12.4. Kako glasi izraz Omovog zakona (objasniti)?

Pitanje 12.5. Šta utiče na vrednost električne otpornosti provodnika?

Pitanje 12.6. Koja je fizička veličina suprotnog karaktera u odnosu na specifičnu električnu otpornost?

Pitanje 12.7. Kako zavisi specifična električna otpornost od promene temperature otpornika?

Pitanje 12.8. Koji je razlog zagrevanja provodnika prilikom proticanja električne struje?

Pitanje 12.9. Kako glasi izraz kojim je definisan Džulov zakon?

Pitanje 12.10. Šta predstavlja električno kolo?

Pitanje 12.11. Od čega se sastoji najprostije električno kolo jednosmerne struje?

Pitanje 12.12. Koji se delovi složenih električnih kola definišu za potrebe njihovog rešavanja?

Pitanje 12.13. Kako glasi I Kirhofovo pravilo?

Pitanje 12.14. Kako glasi II Kirhofovo pravilo?

Pitanje 12.15. Nacrtati redno vezane otpornike i napisati opšti izraz za ekvivalentnu otpornost redno vezanih otpornika.

Pitanje 12.16. Nacrtati paralelno vezane otpornike i napisati opšti izraz za ekvivalentnu otpornost paralelno vezanih otpornika.

Pitanje 12.17. Na osnovu I Kirhofovog pravila i Omovog zakona izvesti izraz za ekvivalentnu otpornost paralelno vezanih otpornika.

Pitanje 12.18. Koja je osnovna karakteristika naizmenične stuje?

Pitanje 12.19. Koji su osnovni konstruktivni tipovi strujnih generatora?

Pitanje 12.20. napisati izraz za indukovanu elektromotornu silu u rotirajućem provodniku u stalnom magnetnom polju.

Pitanje 12.21. Koja trigonometrijska funkcija opisuje promene intenziteta naizmeničnog napona i struje?

Pitanje 12.22. U kakvom odnosu stoje naizmenični napon i struja pri proticanju kroz otpornik?

Pitanje 12.23. U kakvom odnosu stoje naizmenični napon i struja pri proticanju kroz kondenzator?

Pitanje 12.24. U kakvom odnosu stoje naizmenični napon i struja pri proticanju kroz induktivni kalem?

13.Atomska i nuklearna fizika

Pitanje 13. Da li je valenca pojam koji se odnosi na osobinu atomskog jezgra?

Na nivou svakodnevnih pojmova o veličinama, odnosno dimenzijama, koje se mogu nazvati običnim jasno se mogu razlikovati pojmovi supstance i polja (videti poglavlje 2.). Za takav slučaj ispitivanja običnih tela i rastojanja između njih govori se o **makrosvetu.** Pri povećanju rastojanja koja se pojavljuju između ispitivanih objekata na red veličine od više hiljada ili milona svetlosnih godina[19] prelazi se na pojam **megasveta**, koji se proučava u oblasti astronomije i astrofizike. Astronomija se prema predmetu posmatranja može podeliti na: egzobiologiju, astrometriju i kosmologiju. Astrofizika se može uslovno smatrati delom astronomije, mada se u poslednjinh nekoliko dekada definiše kao posebna naučna grana, pre svega usled svoje interdisciplinarnosti.
Ako su pak dimenzije značajno manje, reda veličine 10^{-8} m ili manje, tada se govori o **mikrosvetu**, a osnovni zakoni koji u njemu vladaju spadaju u oblast **kvantne fizike**.

[19] Svetlosna godina je mera rastojanja i jednaka je putu koji svetlost pređe za jednu godinu.
1 s.g. = 9.460.800.000.000 km

Upravo u mikrosvetu dolazi do ponovnog spajanja pojmova supstance i polja. Primer je elektromagnetno međudejstvo koje se prenosi posredstvom **fotona**, koji ima dvojnu prirodu. **Difrakcija, interferencija** i **polarizacija** svetlosti su primer njene talasne prirode, dok je **fotoelektrični efekat** (fotoćelije, TV i video kamere) primer njene čestične prirode.

U XIX veku je utvrđeno da se supstanca sastoji od molekula, tj. atoma kao osnovnih elemenata građe. Karakterestične dimenzije koje se pojavljuju na *atomsko-molekularnom* nivou mikrosveta su reda veličine 10^{-8} – 10^{-10} m. Struktura atoma se sastoji od *atomskog jezgra* (***nukleusa*** – odatle pojmovi nuklearna energija i nuklearna fizika) i *elektronskog omotača*. Najprostiji atom u prirodi je atom vodonikovog izotopa $_1H^1$. U njegovom jezgru se nalazi samo jedan *proton*, dok oko njega kruži samo jedan elektron. U opštem slučaju nukleus se sastoji od pozitivno nalektrisanih protona i čestica bez naelektrisanja – *neutrona*. Mase protona i neutrona su daleko veće od mase negativno naelektrisanih elektrona te se uzima da je ukupna masa atoma masa njegovog jezgra, tj. zbir masa protona i neutrona. Prilikom označavanja atoma odnosno izotopa koristi se sledeća simbolička formula $_{\mathbf{Z}}\mathbf{X}^{\mathbf{A}}$, gde je **Z** atomski broj koji označava broj protona, **A** maseni broj koji predstavlja zbir broja protona i neutrona u jezgru posmatranog atoma i **X** hemijski simbol elemeta. Tako već pomenuta oznaka $_1H^1$ označava vodonik kod koga je u jezgru samo jedan proton i nijedan neutron, dok oznaka $_1H^2$ označava izotop vodonika *deuterijum* koji pored jednog protona ima još jedan neutron te mu je stoga maseni broj jednak 2. Inače izotop dolazi iz grčkog jezika (ίδιο – isto, τόπος – mesto) što znači da se svi izotopi jednog elementa nalaze na istom mestu u periodnom sistemu elemenata. Fizičke i hemijske osobine ne zavise od broja elektrona u atomu, već samo od karakteristika atomskih jezgara.

Masa elektona iznosi $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg, dok su mase protona i neutrona približno jednakle iznose $m_p \approx m_n = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg. Naelektrisanja elektrona $e^- = -\ 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, jednako je nalektrisanju protona sa suprotnim znakom e^+.

Kruženje elektrona oko nukleusa je dfinisano Borovim (*Niels Henrik David Bohr*, 1885 – 1962., danski fizičar) postulatima koji predstavljaju poluklasičnu kvantnu teoriju.

I Borov postulat: Elektroni kruže oko jezgra:

$\frac{m_e v^2}{r} = k\frac{ze^2}{r^2}$, gde je centripetalna sila je jednaka Kulonovoj sili. U prethodnom izrazu z predstavlja broj elektrona, odnosno protona u posmatranom atomu. Na drugi način se I

Borov postulat može iskazati i kao: Kulunova sila saopštava centripetalno ubrzanje orbitirajućim elektronima.

II Borov postulat: Dozvoljene su samo one orbite kod kojih je momenat impulsa $m_e \cdot v \cdot r$ jednak celobrojnom umnošku Plankove konstante h = 6,23·10^{-34} J·s podeljene sa 2π ($2\pi = \hbar$).

$$mvr = n\hbar = n\frac{h}{2\pi}.$$

III Borov postulat: Elektron koji se kreće po stabilnoj orbiti ne emituje nikakvu energiju (implikacija IV Borovog postulata).

IV Borov postulat: Emisija ili apsorpcija energije se dešava prilikom prelaska elektrona sa jedne na drugu orbitu.

$E_n - E_m = h \cdot \upsilon$, gde su E_n i E_m energije elektrona na n-toj i m-toj orbiti a υ frekvencija oscilovanja elektomagnetnog kvanta oslobođenog ili apsorbovanog pri prelasku.

Poznavanjem Borovih postulata može se doći do vrednosti enrgije elektrona koji orbitira po nekoj n-toj orbitali:

$$m_e v^2 r = kze^2, \text{ po I Borovom postulatu}$$

$$\Rightarrow v(mvr) = kze^2$$

$$v \cdot n\hbar = kze^2, \text{ po II Borovom postulatu (zamena izraza u zagradi)}$$

$$\Rightarrow v = \frac{kze^2}{n\hbar}.$$

Poluprečnik Borove orbite se može dobiti iz II Borovog postulata kao:

$$r = \frac{n\hbar}{mv}.$$

Ukupna energija elektrona na n-toj orbiti je jednaka razlici kinetičke energije i potencijala elektrona u električnom polju jezgra:

$$E_n = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{kze^2}{r},$$

daljom zamenom već dobijenih izraza brzine i poluprečnika elektrona ima se:

$$E_n = \frac{m_e}{2}\frac{k^2 z^2 e^4}{n^2 \hbar^2} - \frac{kze^2}{\frac{n_2 \hbar^2}{nkze^2}},$$

odakle se sređivanjem dobija izraz za energiju elektrona ne n-toj orbitali:

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{m_e k^2 z^2 e^4}{n^2 \hbar^2}.$$

Ako se u prethodnom izrazu zamene sve konstante i pretpostavi se da se radi o atomu vodonika gde je z = 1, dobija se:

$$E_n = -13,6\frac{1}{n^2}\ \text{eV}.$$

Jedinica eV se čita kao elektron volt i jednaka je kinetičkoj energiji koju dobije slobodni elektron u vakuumu pri prolasku kroz potencijalnu razliku od jednog volta. Jedan eV je jednak: 1 eV = 1,602 176 53·10^{-19} J.

Kako je već rečeno na nivou mikrosveta prestaje razlika izmeću supstancije i polja, a dualizam se ogleda i kroz ponašanje elektrona pri orbitiranju oko atomskog jezgra. Luj de Brolji (*Louis de Broglie*1892 - 1987; francuski fizičar) je prvi uočio talasnu prirodu elektrona i svakom elektronu pridružio talas (de Broljijev talas) čija je talasna dužina λ_{dB}:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv_n}$$

Poslednji izraz je potvrda dualističke prirode elektrona koji uspostavlja vezu između njegovog impulsa i talasne dužine priduženog talasa. Ako se brzina u izrazu za de Broljev talas zameni prema II Borovom postulatu, zatim izraz za poluprečnik orbitale onda se dobija:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m\frac{kze^2}{n\hbar}} = \frac{2\pi n\hbar^2}{mkze^2} = \frac{2\pi r_n}{n}, \text{ ili}$$

$$n\lambda_{dB} = 2\pi r_n.$$

Ovo poslednje znači da se elektron nalazi u stanju stajaćeg talasa, niti prima niti gubi energiju, odnosno nalazi se u stacionarnom stanju. Ovo je razlog usled koga elektron nikad ne pada na jezgro.

Kako je rečeno n označava broj orbitale i naziva se ***glavni kvantni broj*** koji određuje energiju elektrona (energetski nivo). Osim energije drugu važnu karakteristiku elektrona u atomu predstavlja *moment impulsa*, odnosno *orbitalni moment impulsa*. I ova veličina se kvantuje te se može prikazati pomoću izraza:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar$$

U formuli orbitalnog momenta impulsa figuriše ***orbitalni kvantni broj*** l. Za dati glavni kvantni broj n orbitalni kvantni broj može uzimati vrednosti:

$$l = 0, 1, \ldots, (n - 1).$$

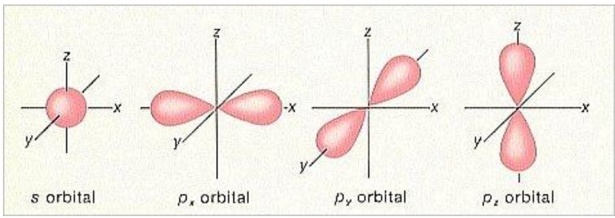
Kada se atom nađe u magnetnom polju indukcije $\vec{B}$, projekcija orbitalnog impulsa L na vektor $\vec{B}$ se može predstaviti kao:

$$L_B = m \cdot \hbar$$

Kvantni broj m se naziva ***magnetski kvantni broj***. Magnetski kvantni broj može uzimati vrednosti:

$$m = l, l-1, \ldots, -(l-1), -l$$

tj. magnetski kvantni broj ima tačno $(2l+1)$ mogućih vrednosti. Ovim se ujedno definiše oblik orbitale na podnivou.



Oblik orbitala na *s* i *p* podnivou

Orbitirajući elektroni imaju i sopstvenu rotaciju, *spin* ili *sopstveni momenat impulsa* koji se takođe može kvantovati:

$$s = m_s \hbar$$

gde je m_s ***kvantni broj spina***. Ovaj poslenji kvantni broj elektrona u atomu može uzeti samo dve vrednosti:

$$m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

Prema svemu rečenom stanje kretanja svakog elektrona u atomu se može definisati pomoću **četiri** *kvantna broja*:

$$n, l, m, m_s.$$

Austrijski fizičar Volfgang Pauli (*Wolfgang Ernst Pauli*; 1900 – 1958.) formulisao je ***princip isključenja***, koji glasi: *nemoguće je da u jednom atomu dva elektrona imaju sva četiri kvantna broja ista.*

U složenim atomima sa većim brojem elektrona elektroni se kreću po određenim *slojevima* (ljuskama). Sloj ili ljuska predstavlja više elektrona sa istim glavnim kvantnim brojem kojim se definiše nivo energije elektrona. Za najmanji kvantni broj $n = 1$, je usvojena oznaka K, za $n = 2$ oznaka L, i dalje M, N .... za više glavne kvantne brojeve.

U svakom sloju postoji više *orbitalnih stanja* (podnivoa) koja su uslovljena vrednošću orbitalnog ili sporednog kvantnog broja. Konvencijom je usvojeno da se orbitalna stanja označavaju malim slovima *s, p, d, f i g*. Popunjavanje elektronskih orbita se obavlja tako što se prvo popunjavaju orbitale na najnižoj ljusci (sa najmanjim glavnim kvantnim brojem). Ako atom ima *n* ljuski maksimalni broj elektrona koji može biti sadržan u svakoj od njih *Z* se izračunava kao:

$$Z = \sum_{l=0}^{n} 2(2l+1) = 2[1+3+5+...+(2n-1)] = 2n^2$$

Tako na prvom elektronskom nivou *K* ima se ukupno 2 elektrona ($1s^2$)[20], na drugom *L* se ima 8 ($2s^2 2p^6$), na trećem *M* 16 ($3s^2 3p^6 3d^{10}$) i tako dalje idući ka višim nivoima.

U atomu ^{2}He, ima se da je n = 1, l = (n – 1) = 0; m = 0 i m_s = $\pm\frac{1}{2}$. Maksimalni broj elektrona će biti: 2·1 = 2, ili prema principu isključenja pošto su prva tri kvantna broja ista elektroni se mogu razlikovati samo po momentu spina koji ima dve verdnosti, te tako dolazimo do istog zaključka da je maksimalni broj elektrona 2. Ukupnu energiju elektrona osim glavnog kvantnog broja određuje i orbitalni kvantni broj. Pri pomenutom popunjavanju se gleda zbir $n + l$ za svaki elektron, tako da je moguće da se kod atoma sa većim brojem elektrona pređe na sledeći nivo iako nisu popunjeni svi podnivoi prethodnog nivoa. Kao primer možemo uzeti atom kalijuma $_{19}$K. Redni broj kalijuma je 19, što znači da on u svom jezgru sadrži 19 protona, te se stoga isti broj elektrona nalazi u elektronskom oblaku. Prvi energetski nivo n = 1, ima jednu orbitalu l = 0, $n + l$ = 1, m = 0, m_s = $\pm\frac{1}{2}$ te možemo pisati $1s^2$. Ovim su se pozicionirala prva dva elektrona. Sada se prelazi na n = 2. Na ovom energetskom nivou se nalaze dve orbitale: l = 0 i l = 1 a to znači da je moguće imati tri vrednosti za magnetni kvantni broj m = -1, 0, 1. Praktično za n = 2 se ima:

l = 0, m = 0, s = $\pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona;

l = 1, m = -1, s = $\pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona;

l = 1, m = 0, s = $\pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona i

[20] Broj 1 označava nivo, *s* označava orbitalu, a broj 2 u superskriptu ukupan broj elektrona na *s* orbitali.

$l = 1, m = 1, s = \pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona.

Iz prethodnog se jasno vidi da na drugom nivou maksimalno može biti raspoređeno 8 elektrona: $2s^2 2p^6$.

Pri popunjavanju trećg nivoa $n = 3$ rukovodi se istim prncipima ali treba obratiti pažnnju na rastući zbir $n + l$. Naime, sve do 3*p* sloja postupa se uobičajeno, a onda se umesto prelaska na 3*d* orbitalu prelazi na 4*s*. Razlog je u tome što je zbir $n + l$ za 3*d* jednak 3 + 3 = 6, dok je za 4*d* zbir $n + l = 4 + 1$ =5. Prema principu popunjavanja nivoa i orbitala prvo se popunjava ona orbitala sa manjim zbirom glavnog i orbitalnog kvantnog broja a to je u konkretnom slučaju 4*s* orbitala.

$n = 3$:

$l = 0, m = 0, s = \pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona, $3s^2$

$l = 1, m = -1, s = \pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona,

$l = 0, m = 0, s = \pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona;

$l = 1, m = 1, s = \pm\frac{1}{2}$ - dva elektrona, $3p^6$;

$n = 3$:

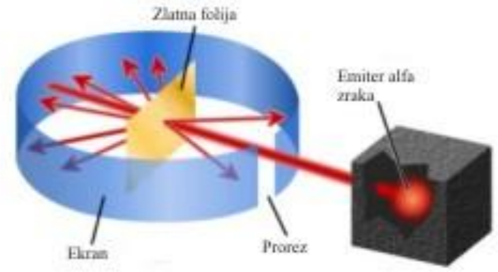
$l = 0, m = 0, s = \pm\frac{1}{2}$ - jedan elektron, $4s^1$.

Konačno se može napisati elektronska konfiguracija za $_{19}K$ kao:

$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1$.

Dugi deo atoma od koga potiče njegova celokupna masa je jezgro ili nukleus. Ono je sastavljeno od *nukleotida*: protona i neutrona (izuzetak je jezgro vodonika sa amo jednim protonom) i u njemu vladaju nuklearne sile (videti 1. poglavlje) koje održavaju nukleotide na okupu.

Otkriće atomskog jezgra se vezuje za Ernesta Radeforda (*Ernest Rutherford* , 1871. – 1937.; novozelandski fizičar) kao objašnjenje Geiger–Marsden-ovog eksperimenta sa zlatnom folijom iz 1909. godine.



Eksperiment sa zlatnom folijom

Eksperiment se sastojao u tome da se tanka zlatna folija bombarduje snopom *α* čestica (objašnje u nastavku teksta) za koje se već tada znalo, a za čije je ustanovljavanje takođe značajan rad Raderforda i Pola Vilarda (Paul Ulrich Villard, 1860. – 1934.; francuski fizičar i hemičar). Njihov je rad zasnovan na efektu fluorescencije tj. scintilacije pojedinih materijala izloženih nevedljivom dejstvu nekih minerala. Za ovo nevidljivo dejstvo je kasnije utvrđen termin ***radioaktivnosti***. To znači da su emitovali čestice i/ili zrake koji su izazivali scintilaciju (svetlucanje) fluorescentnih materijala. Propuštajući ovo zračenje kroz magnetno polje dolazilo je do njihovog skretanja čime su mogli da ustanove njihovu brzinu i masu pomoću izraza za Lorencovu silu (videti 1. poglavlje). Tako su ustanovili da postoje 3 vrste zračenja: *α, β i γ*. Ove tri vrste zračenja se još nazivaju i *jonizaciono zračenje*, jer se pri njihovom prolasku kroz materiju izazuvu pojavu jonizacije. Na osnovu skretanja u magnetnom polju i intenziteta jonizacije koju izazivaju došli su i do njihovih pojedinačnih karakteristika:

α (alfa) zračenje se sastoji od dvostruko pozitivno naelektrisanih čestica (dva protona i dva neutrona) identičnih jezgara helijuma. Šire se brzinom od oko 1/20 brzine svetlosti, što je dovoljno sporo da mogu relativno dugo međudejstvovati sa materijom. Zato imaju jako jonizujuće delovanje. Zbog svoje veličine brzo se sudaraju sa nekim od atoma nakon čega gube energiju, pa im je domet mali (svega nekoliko cm), i zato ih može zaustaviti list papira i koža. Ukoliko se α čestice unesu u telo hranom ili udisanjem, mogu biti opasne zbog svog jakog jonizujućeg dejstva.

β (beta) zračenje čine elektroni, negativno naelektrisane čestice, koje putuju velikim brzinama. Njihovo jonizujuće dejstvo je dosta slabije od delovanja α zračenja, ali im je domet u vazduhu puno veći (nekoliko metara). Zaustavlja ga metalna ploča od nekoliko mm debljine. U ljudsko telo β čestice prodiru do nekoliko santimetara dubine. Opasno je za zdravlje ako se izvor unese u organizam.

γ (gama) zračenje je elektromagnetno zračenje velike energije, koje potiče iz jezgra atoma, a širi se brzinom svetlosti. Njegovo jonizujuće delovanje je još slabije od delovanja β čestica, ali mu je domet znatno veći. Gama zrak je kvant elektromagnetne energije, tj.foton. Gama fotoni nemaju masu i naelektrisanje, ali imaju vrlo visoku energiju, oko 10.000 puta veću od energije fotona u vidljivom delu elektromagnetnog spektra. Zbog visoke energije gama čestice kreću se brzinom svetlosti i u vazduhu mogu preći stotine hiljada metara pre nego što potroše energiju. Mogu proći kroz mnoge materijale, pa tako prolaze kroz ljudsko telo. Njihovo dejstvo se može redukovati pomoću, gustog materijala, npr debelog sloja olova, betona ili vode.

Gajger i Marsden, pod vođstvom Raderforda su uočili da prilikom prolaska snopa α čestica kroz zlatnu foliju, koja se nalazila u vakuum komori, dolazi do pojava njihovog rasejavanja: skretanja ili odbijanja. Rasejavanje je beleženo na ekranu od cink-sulfida. Ono što je za Raderforda i saradnike bilo iznenađujuće je činjenica da je bilo odbijenih čestica i što je rasejanje pojedinig bilo veće i od 90°. Ovo im je jasno stavilo do znanja da raspodela mase unutar atoma veoma neravnomerna, tj. da postoje regije izuzetno velike gustine u kojima je praktično skoncentrisana celokupna masa atoma i da ta područja poseduju svoje naelektrisanje. S obzirom na to da je najveći procenat zraka jednostavno prošao kroz zlatnu foliju ili skrenuo pod veoma malim uglom došlo se do zaključka da je u stukturi materije odnosno atoma najveći deo samo prazan prostor. Na osnovu njihovih ponovljenih ogleda se došlo do izraza za ugaonu raspodelu rasejanja čestica:

$$N(\theta) \approx \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

gde je θ ugao rasejanja, a $N(\theta)$ raspodela zavisna od ugla θ.

Daljim eksperimentima kojima su tanke metalne folije bombardovane α zracima došlo se i do podataka o dimenzijama jezgra ($\approx 10^{-14}$m), proporcionalnom odnosu atomskog boja i zapremine jezgra i gustini atomskih jezagra ($\approx 3 \cdot 10^{17}$kg).

Jedna od veoma zanimljivih osobina jezgra, ustanovljena metodom masene spektrometrije, je da zbir masa pojedinačnih nukleotida veći od mase jezgra koje oni sačinjavaju (***defekt mase***).

$$m_j({}^{A}_{Z}X_N) < Zm_p + Nm_n$$

m_j, m_p i m_n su mase jezgra, protona i neutrona, respektivno; A – atomski broj; Z – maseni broj i N – broj neutrona.

Ova razlika masa prema Ajnštajnovoj (*Albert Einstein,* 1879. – 1955.; švajcarski fizičar) vezi mase i energije definisanoj poznatim izrazom:

$$E = m \cdot c^2$$

gde je *c* brzina svetlosti u vakuumu, predstavlja energiju veze atomskog jezgra.

Energija veze jezgra je u bliskoj vezi sa ***stabilnošću*** jezgra. Na osnovu eksperimenata došlo se do empirijske formule za najstabilnije jezgro rednog broja *Z,* koja sledstveno derfiniciji energije veze zavisi od masenog broja *A*:

$$Z_{\text{najstabilnije}} = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015 \cdot A^{2/3}} .$$

Kada pri određenom *A,* redni broj *Z* ne odgovara $Z_{\text{najstabilnije}}$ tada je jezgro nestabilno. Kao i svaki drugi fizički sistem i jezgra teže stabilnim stanjima sa minimumom energije, što se dešava ***spontanim procesima*** transformacije. Primer takvog prevođenja nestabilnog jezgra u stabilno stanje niže energije je ***radioaktivni raspad.***

Sva jezgra sa $Z > 85$ pokazuju osobine radioaktivnosti. Radioaktivnost se pojavljuje i kod „lakših“ jezgara ukoliko je odnos *N/Z* nepovoljan, odnosno gde se pojavljuje višak ili manjak neutrona. Valja pomenuti da se proces oslobađanja enrgije jezgra može dešavati i na druge načine (spontana nuklearna fisija).

Ako se radioaktivnost događa kod elemenata ili njihovih izotopa koji se nalaze u prirodi onda se govori o *prirodnoj radioaktivnosti*. Pojava radioaktivnosti kod veštački stvorenih izotopa se naziva *veštačka radioaktivnost*.

Spontanost procesa je osnovna karakteristika radioaktivnog raspada. Tom prilikom dolazi do promene broja nukleotida te i do izmene hemijskih osobina i emituje se radioaktivno zračenje. zajedničko z a sve spontane procese je sa postoji konstanta koja određuje brzinu odvijanja procesa. U slučaju radioaktivnog raspada ona se naziva ***konstanta radioaktivnog raspada*** *λ*.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

gde je $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{dN}{dt}$ brzina raspadanja ili promena broja jezgara u nekom vremenskom intervalu Δt, a *N* početni broj neraspadnutih jezgara. Predznak minus stoji kao pokazatelj toka fizičkog procesa, jer se u vremenu broj *N* smanjuje. Rešenje prethodnog izraza daje broj jezgara *N* koji će se raspasti u nekom proizvoljnom vremenu *t* (***zakon radioaktivnog raspada***):

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

gde je N_0 početni broj jezgara na početku posmatranja i e osnova prirodnog logaritma.

Osim konstante radioaktivnog raspada koja predstavlja karakterističnu veličinu za svaki radioaktivni element, proces radioaktivnog raspada se može okarakterisati još jednom vrednošću: ***periodom poluraspada*** $T_{1/2}$. Ova konstanta označava vreme u kome će se raspasti polovina početnog broja jezgara.

$$N = N_0 / 2 = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2$$

$$e^{\lambda T_{1/2}} = 2$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Očigledno je da postoji jednostavna veza između vremena poluraspada i konstante raspada. Ako je na početku posmatranja bilo x jezgrara, po isteku jednog perioda poluraspada ostaće $x/2$; posle prolaska još jednog vremenskog intervala $T_{1/2}$, preostaje $x/4$ jezgara, potom $x/8$ i tako dalje.

Element (hemijska oznaka i maseni broj)	**Period poluraspada**
U^{238}	**$4{,}52 \cdot 10^9$ godina**
Ra^{226}	**1590 godina**
Co^{60}	**5,3 godine**
Rn^{222}	**3,825 dana**
Na^{24}	**15,05 časova**
C^{11}	**20,4 minuta**
Li^{8}	**0,89 sekundi**

Vremena poluraspada pojedinih izotopa

Brzina raspadanja se veoma često označava i koristi nazivom ***aktivnost*** radioaktivnog izvora A.

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N$$

i izražava se u Bq – bekerelima (*Antoine Henri Becquerel*, 1852. – 1908.; francuski fizičar, dobitnik nobelove nagrade).

Zračenja koja je Rderford detektovao (*α, β* i *γ*) predstavljaju „višak“ kojeg se jezgro oslobađa da bi prešlo u stabilnije energetsko stanje. Prema tome postoje: alfa raspad, beta raspad i gama raspad.

Pri alfa raspadu iz jezgra bivaju izbačene *α* čestice (jezgra helijuma) u vidu mlazeva velike brzine ($\approx 10^7$m/s). Alfa raspad se može predstaviti na sledeći način:

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\alpha \, . $$

pri emitovanju alfa čestice jezgro pretrpi transformaciju u kojoj mu se reni broj umanji za dva, dok se maseni smanji za četiri.

Mlazevi veoma brzih elektrona ili pozitrona koji se oslobađaju beta raspadu se nazivaju beta zraci. Beta raspad predstavlja transformaciju jednog protona u neutron ili obratno pri čemu se kao rezultat dobija novo jezgro. S obzirom na vrstu transformacije razlikuju se beta minus raspad:

$$ n \rightarrow p + \beta^- + \tilde{\upsilon} \, , $$

gde se neutron pretvara u proton pri čemu se emituje brzi elektron (beta čestica) β^- i antineutrino $\tilde{\upsilon}$[21],

i beta plus raspad (pozitronski beta raspad):

$$ p \rightarrow n + \beta^+ + \upsilon $$

gde se proton transformiše u neutron, oslobađajući pozitron β^+ i neutrino υ.

Beta minus raspad ima sledeći efekat na jezgro:

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + e^- + \tilde{\upsilon} $$

dok se efekat beta plus raspada može prikazati kao:

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + e^+ + \upsilon $$

Treća vrsta raspada, gama raspad, se dešavaju neposredno uz alfa i beta raspad kao posledica deeksitacije (oslobađanja viška energije) iz novonastalih jezgara. Pri tome se vrši emisija fotona velike energije (visoke frekvencije).

Pitanje 13.1. Objasniti pojmove makro, mega i mikrosveta.

Pitanje 13.2. Navesti neke od grana astronomije.

[21] Antineutrino je anti čestica neutrina. Neutrino znači mali neutralni, čestica gotovo bez mase na koju utiče jedino slaba nuklearna sila. Prolazi kroz materiju uopšte ne reagujući sa njom.

Pitanje 13.3. Navesti primer spajanja pojmova supstance i polja kod mikrosveta.

Pitanje 13.4. Navesti koji primeri potvrđuju talasnu, a koji čestičnu prirodu svetlosti.

Pitanje 13.5. Koji su osnovni elementi strukture atoma?

Pitanje 13.6. Koje su osnovne jedinice građe atomskog jezgra i koji se zajednički naziv koristi za njih?

Pitanje 13.7. Kakav je odnos masa atomskog jezgra i elektrona koji orbitiraju oko njega?

Pitanje 13.8. Čime je određen redni a čime maseni broj nekog jezgra?

Pitanje 13.9. Šta su izotopi?

Pitanje 13.10. Kako glase Borovi (I – IV) postulati?

Pitanje 13.11. Koji je izraz za energiju kvantnog prelaza elektrona sa jednog na drugi energetski nivo?

Pitanje 13.12. Koliko puta je veća energija na elektronskom nivou n=1 u odnosu na nivo n =3 u jednom istom atomu?

Pitanje 13.13. Šta predstavlja DeBroljijev talas?

Pitanje 13.14. Šta je razlog usled koga elektroni nikad ne padaju na jezgro?

Pitanje 13.15. Koji kvantni brojevi određuju jedan orbitirajući elektron?

Pitanje 13.16. Kako glasi Paulijev princip isključenja?

Pitanje 13.17. Koliki je maksimalno mogući broj elektrona na elektronskom nivou n=3?

Pitanje 13.18. Napisati elektronsku konfiguraciju za ${}_{12}C$.

Pitanje 13.19. Navesti tipove radioaktivnog zračenja.

Pitanje 13.20. Na šta se odnosi pojam defekta mase?

Pitanje 13.21. Koji je uzrok pojave radioaktivnog raspada?

Pitanje 13.22. Ako se za 4 dana raspadne 3/4 početnog broja jezgara, koliko će se jezgara raspasti posle 6 dana?

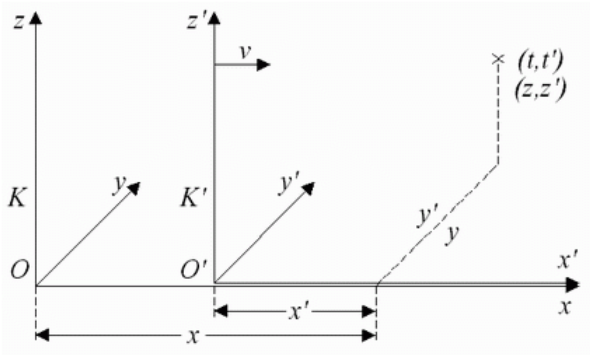
Pitanje 13.23. Kako se definiše aktivnost radioaktivnog uzorka?

14.Osnovi relativistike

14. Pitanje: Dva elektrona se kreću jedan drugom u susret brzinama od po 0,5*c*. Kolika je relativna brzina kojom se ova dva elektrona približavaju jedan drugom?

Osnove relativističke kinematike je postavio Galileo Galilej (*Galileo Galilei*; 1564 - 1642; italijanski astronom i fizičar) po kome karakteristike fizičkih pojava nisu iste u svim sistemima reference, već imaju *relativan* a ne *apsolutan katakter*. Primer ovoga je trajektorija tela koje se kreće posmatrana iz različitih sistema reference. Jabuka koja pada sa drveta na zemlju za posmatrača koji se nalazi u sistemu reference vezanom za Zemlju izgleda kao prava linija, dok bi ista trajektorija za posmatrača koji se nalazi u sistemu reference vezanom za Sunce izgledala kao parabola. Relativan karakter kretanja ali i drugih fizičkih pojava definisan je ***principom relativnosti***, prema kome su zakoni pod kojima se odvigravaju fizički procesi isti u svim sistemima reference isti, tj. svi inercijalni sistemi su ravnopravni. Galilejev princip relativnosti se odnosio samo na relativnost kretanja, jer se u njegovo vreme smatralo da su prostor i vreme apsolutni. Vezu koju Glilejev princip uspostavlja između koordinata i vremena u dva inercijalna sistema reference definišu ***Galilejeve transformacije***.

Neka su predmet posmatraju dva inercijalna sistema reference: jedan nepokretni K sa koordinatama x, y i z i drugi poktetan K' koji se kreće brzinom v u odnosu na prvi u pravcu ose x.



Pokretni i nepokretni sistemi reference

Potrebno je ustanoviti ponašanje koordinata i vremena nekog događaja u oba sistema. Pod događajem se podrazumeva svako fizičko dešavanje *lokalizovano u prostoru i vremenu*, te se svakom fizičkom događaju dodeljuje uređena četvorka (x, y, z, t) koja predstavlja *koordinate događaja.*

Ako se pođe od pretpostavke da su prostor i vreme apsolutni, transformacija koordinata događaja iz K u K' će biti:

$$x' = x - vt\,; \quad y' = y\,; \quad z' = z\,; \quad t' = t$$

i obrnuto iz K' u K:

$$x = x' + vt\,; \quad y = y'\,; \quad z = z'\,; \quad t = t'$$

Pretpostavimo da se telo definisano materijalnom tačkom u pokretnom inercijalnom sistemu reference kreće u pravcu x' ose brzinom u u odnosu na koordinatno početak O'. Njegova brzina je tada:

$$u = \frac{\Delta x'}{\Delta t}$$

Ako se sada primene Galilejeve transformacije za prebacivanje koordinata iz K' u K dobiće se:

$$u = \frac{\Delta(x - vt)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{v\Delta t}{\Delta t}$$

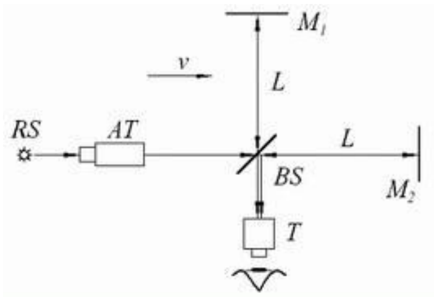
Prvi izraz predstavlja brzinu kretanja materijalne tačke u odnosu na nepokretni referentni sistem, tj. *relativnu brzinu kretanja* materijalne tačke v_{rel}. Na osnovu ovoga i daljim sređivanjem prethodnog izraza se ima:

$$u = v_{rel} - v \text{, odnosno}$$

$$v_{rel} = u + v$$

što predstavlja poznati klasični zakon sabiranja brzina.

Novi iskorak u relativističkoj teoriji bilo razbijanje predrasude o apsolutnom karakteru vremena i prostora. Čuveni Majklson-Morlijev eksperiment (*Albert Abraham Michelson,* 1852. – 1931.; američki fizičar poljskog porekla i *Edward Williams Morley*, 1838. – 1923.; američki fizičar) kojim je trebalo da daju potvrdu apsolutne brzine kretanja Zemlje pokazao je nešto sasvim drugo.



Majklson-Morlijev eksperiment: RS-izvor svetla; BS-polupropustljivo ogledalo; M_1 i M_2-ogledala; T-interferometar; *v*-brzina kretanja aparature

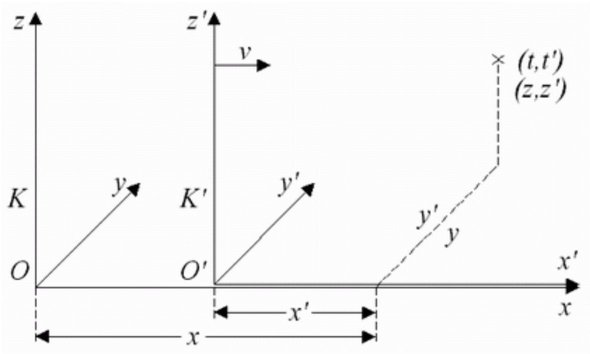
Oni su konstruisali eksperimentalnu aparaturu kao na što je prikazano na slici, kojom je trebalo da izmere efekte koji bi se pojavili kao posledica slaganja brzine kretanja Zemlje i kretanja svetlosnog zraka kroz uređaj, pri čemu su smatrali da važe tada poznati klasični zakoni slaganja brzina. U to doba se verovalo da se poput zvuka koji se prostire vazduh ili neku drugu sredinu i elektromagnetni talasi prostiru kroz univezalnu sredinu koja se nazivala etar. Prema klasičnoj teoriji slaganja brzina trebalo je da se usled interferncije svetlosnih talasa, od kojih se jedan kreće zajedno sa etrom a drugi brzinom *v* u odnosu na etar, dobiju pomerene interferencione slike. Suprotno očekivanjima interferencione slike si nisu pomerale. Ni u ponovljenim eksperimentima nije bilo drugačijih rezultata, a na objašnjenje ovog rezultata se čekalo sve do 1905. kada je Ajnštajn pokazao da za sabiranje brzina takođe važi relativistički a ne klasični zakon, svojom epohalnom ***teorijom relativnosti.***

Svoju teoriju Ajnštaj je prvo formulisao samo za inercijalne sisteme reference – ***specijalna teorija relativnosti***, koja je zasnovana na dva postulata:

1. U svim sistemima reference važe uopše isti fizički (a ne samo mehanički zakoni).
2. Brzina svetlosti u svim inercijalnim sistemima reference je konstantna.

Upravo je drugi Ajnštajnov postulat razlog zbog koga su Majklson i Morli dobili tako neočekivane rezultate svog eksperimenta.

Revolucionarno u specijalnoj teoriji relativnosti je bilo to što se i vreme i prostor mogu smatrati relativnim. Relativnost prostora i vremena nalazi svoje utemeljenje u vezama između koordinata događaja nepokretnog (*x, y, z, t*) i pokretnog (x', y', z', t') inercijalnog sistema reference.



Pokretni i nepokretni sistemi reference

Prva pretpostavka je da su i prostor i vreme u oba sistema reference homogeni. Transformacije po osama *y* i *z* su iste kao i kod Galilejevih transformacija, a odstupanje se dešava samo u smeru ose koja se poklapa sa relativnom brzinom.

$$y' = y\,;\ z' = z$$

U nekom početnom trenutku posmatranja kada su se koordinatni počeci oba sistema poklapali imalo se da je: $x = 0$; $t = 0$, i $x' = 0$; $t' = 0$, a vodeći računa o homogenosti biće:

$$x' = ax + bt \text{ i } t' = a_1 + b_1 t$$

gde su a, a_1, b, b_1 konstantni koeficijenti.

Za posmatrača u pokretnom koordinatnom sistemi koordinatni početak će u svakom trenutku vremena biti $x' = 0$. Međutim, za posmatača iz nepokretnog sistema biće $x = vt$. Ako se ovo primeni u jednačinama homogenosti dobija se:

$$0 = avt + bt, \text{ odnosno } av + b = 0 \text{ ili } b = -av \text{ pa je onda}$$

$$x' = a(x - vt)\ (1)$$

Kada bi a bilo jednako 1 ovo bi bilo jednako Galilejevioj transformaciji. Analogno poslednjoj jednačini i druga jednačina homogenosti uzima oblik: $x = a(x' + vt')$ (2).

Neka se u početnom trenzkuj kad se tačke O i O' poklopljene iz mesta njihovog poklapanja emituje svetlosni signal u pravcu x ose. Sa stanovišta posmatrača iz K kretanje tog signala se opisuje jednačinom $x = ct$, a sa stanovišta posmatrača iz K' ta jednačina glasi $x' = ct'$. U oba izraza je za brzinu svetlosti uzeto da je ista i jednaka c, prema drugom Ajnštajnovom postulatu. Ako se poslednje dve relacije unesu u jednačine (1) i (2) dobija se:

$$ct' = a(ct - vt) = at(c - v),$$

$$ct = a(ct' + vt) = at(c + v)$$

Ako se leve i desne strane pomnože dobija se:

$$c^2tt' = a^2tt'(c^2 - u^2)$$

što se posle skraćivanja ima kao:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

pa se jednačine (1) i (2) mogu pisati:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ i } x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

i predstavljaju Maksvelove transformacije koordinate x (*James Clerk Maxwell,* 1831. – 1879.; škotski matematičar i fizičar). Ako se iz prve jednačine x' zameni u drugoj jednačini i reši po t' dobija se:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

što predstavlja Maksvelovu transformaciju vremenske koordinate događaja.

Na osnovu Maksvelovih transformacija dobijaju se relacije za vremenske intervale Δt, dužine l i mase m u raznim inercijalnim sistemima:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

gde su l_0 i m_0 dužina i masa mirovanja, respektivno.

fNa osnovu relativističkih transformacija koordinata i vremena doalzi se i do ***zakona relativističkog slaganja brzina***:

$$v_{rel} = \frac{v_{x0} \pm v}{1 \pm \frac{v_{x0} \cdot v}{c^2}}$$

gde je v_{x0} brzina kretanja materijalne tačke u nepokretnom koordinatnom sistemu.

Jedna od najpozantijih posledica relativističkog pristupa upotrebom Lorencovih transformacija se odnosi na izraz za energiju:

$$E = mc^2$$

na osnovu koga se može smatrati da su masa i energija različite manifestacije iste fizičke veličine.

Pitanje 14.1. Na šta se odnosi princip relativnosti?

Pitanje 14.2. Šta predstavljaju Galilejeve transformacije?

Pitanje 14.3. Napisati izraz za klasični zakon sabiranja brzina.

Pitanje 14.4. Objasniti Majklson-Morlijev eksperiment.

Pitanje 14.5. Na kojim postulatima se zasniva Ajnštajnova specijalna teorija relativnosti?

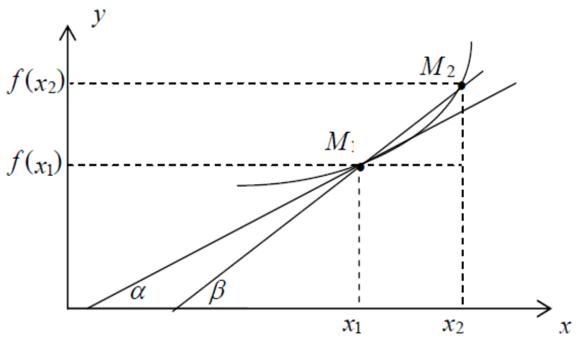
Pitanje 14.6. Napisati izraz za Maksvelovu transformaciju koordinata.

Pitanje 14.7. U kom odnosu stoji proteklo vreme u pokretnom koordinatnom sistemu koji se kreće brzinom od 0,6*c* u odnosu na proteklo vreme u nepokretnom sistemu?

Pitanje 14.8. Napisati izraz za relativističko sabiranje brzina.

15.Prilozi

Prilog 1.



Ako se nezavisno promenljiva *x* neprekidne funkcije *y=f(x)* promeni od x_1 do x_2 onda se razlika $\Delta x = x_2 - x_1$ naziva priraštaj nezavisno promenljive, a razlika $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ priraštaj funkcije. Količnik priraštaja funkcije i priraštaja nezavisno promenljive naziva se *srednja brzina promene funkcije* u intervalu $(x_1, x_1 + \Delta x)$. Granična vrednost ovog količnika za slučaj kada $\Delta x \to 0$, naziva se *prvi izvod funkcije* y' u tački x_1:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x)}{\Delta x} = f'(x_1) = y'(x_1)$$

Geometrijski prvi izvod predsatvlja koeficijent tangente na krivu fukcije u tački M_1.

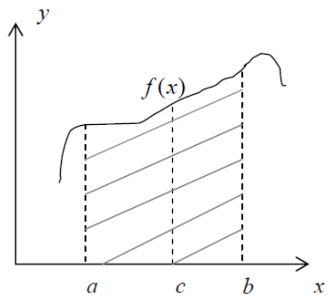
Osnovna pravila izvoda

1. $(c)' = 0$ - izvod konstante je jednak nuli;
2. $(x)' = 1$;
3. $[cf(x)]' = cf'(x)$ i $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$ - linearnost;
4. $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ - izvod proizvoda dve funkcije;
5. $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$ - izvod količnika dve funkcije.

Izvodi nekih od osnovnih funkcija

1. $(x^n)' = nx^{n-1}$ 2. $(\sin x)' = \cos x$ 3. $(\cos x)' = -\sin x$ 4. $(e^x)' = e^x$ 5. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Prilog 2.



Određeni integral $\int_a^b f(x)dx$ predstavlja površinu išrafirane površi oivičene pravama x=a, x=b, y=0 i krivom $y = f(x)$ (vidi sliku).

Važnije osobine određenog integrala

1) $\int_a^a f(x)dx = 0$, 2) $\int_a^b f(x)dx = -\int_{\mathbf{b}}^a f(x)dx$,

3) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

Inverzni karakter neodređenog integrala u odnosu na izvod

Inegral predstavlja u opštem smislu funkciju inverznu diferenciranju.

$$\int f'(x) = f(x) + C$$

i za rešenje daje skup primitivnih funkcija $f(x) + C$. Ovakv integral se naziva *neodređeni integral.*

Nedređeni integrali nekih funkcija

1. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ 2. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ 3. $\int \cos x dx = \sin x + C$ 4. $\int e^x dx = e^x + c$ 5. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$.

Srednja vrednost funkcije pomoću određenog integrala

Na osnovu poznavanja geometrijske interpretacije određenog integrala moguće je ozračunati srednju vrednost funkcije y=f (x) na intervalu od a do b. Površina ispod krive funkcije y(x) se može napisati kao:

$$f_{sr}(x)(b-a) = \int_a^b f(x)dx$$

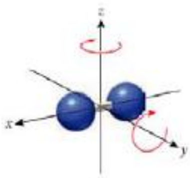
a odatle je srednja vrednost funkcije jednaka:

$$f_{sr}(x) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx .$$

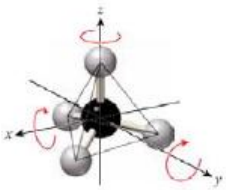
Prilog 3.

Broj stepeni slobode kretanja je broj nezavisnih koordinata koji određuju položaj posmatranog objekta. Drugim rečima, to je broj mogućih vrsta kretanja pomoću kojih možemo opisati složeno kretanje objekta. Moguće vrste kretanje predstavljaju sva translatorna i rotaciona kretanja.

He



N_2



CH_4

Molekuli gasa osim 3 translatorna načina kretanja (duž sve 3 ose koordinatnog sistema) imaju mogućnost i rotacije.

• jednoatomni molekul –3t (3 translacije, duž *x*, *y* i *z* kordinate)

• dvoatomni molekul – 3t+2r (3 translacije, duž *x*, *y* i *z* kordinate i 2 rotacije)

• tro- i višeatomni molekul – 3t+3r (3 translacije, duž *x*, *y* i *z* kordinate i 3 rotacije).

Prilog 4.

Tabela grčkog alfabeta

Slovo	Naziv	Slovo	Naziv	Slovo	Naziv
Α α	Alfa	*Ι ι*	Jota	*Ρ ρ*	Ro
Β β	Beta	*Κ κ*	Kapa	*Σ σ, ς*	Sigma
Γ γ	Gama	*Λ λ*	Lambda	*Τ τ*	Tau (taf)
Δ δ	Delta	*Μ μ*	Mi	*Υ υ*	Ipsilon
Ε ε	Epsilon	*Ν ν*	Ni	*Φ φ*	Fi
Ζ ζ	Zeta (zita)	*Ξ ξ*	Ksi	*Χ χ*	Hi
Η η	Eta (ita)	*Ο ο*	Omikron	*Ψ ψ*	Psi
Θ θ	Teta (tita)	*Π π*	Pi	*Ω ω*	Omega

16.Odgovori i rešenja

1.Pitanje: Odgovor dat u tabeli osnovnih jedinica SI sistema, I poglavlje.

Pitanje 1.1. Prefiksi svih manjih i većih jedinica od osnovnih dati u tebeli SI prefiksa.

Pitanje 1.2. Odgovor eksplicitno dat na strani 6 priručnika.

Pitanje 1.3. Tabela izvedenih veličina SI sistema, I poglavlje.

Pitanje 1.4. U SI sistemu paskal predstavlja izvedenu jedinicu za pritisak, 1 Pa=1 N/m^2. Kilonjutn 1 kN predstavlja 1000 (10^3) veću jedinicu od osnovne, znači 100 kN=10^5 N. Sa druge strane centimetar je 100 puta manja jednica od metra, a kvadratni centimetar $100\cdot100=1000=10^3$ puta manja jednica od kvadratnog metra ili 1cm^2=10^{-3}m^2. Sada se može napisati: $100\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}=\frac{10^5\,\text{N}}{10^{-3}\text{m}^2}=10^5\cdot10^3\,\frac{\text{N}}{\text{m}}=10^8\,\text{Pa}=100\text{MPa}$. Dakle odgovor je 100MPa.

Pitanje 1.5. Nanometar je jedinica 10^9 puta manju od metra, odnosno 1 nm=10^{-9} m. Kada se ima 10^5nm kako je dato zadatkom, tada je 10^5 nm=$10^5\cdot10^{-9}$ m=10^{-4} m ili 0,1 mm.

Pitanje 1.6. Videti tablicu izvedenih veličina SI sistema. Inače u pitanju je Nikola Tesla.

Pitanje 1.7. Radi se o apsolutnoj ili Kelvinovoj nuli 0 K=-273 $^\circ$C.

Pitanje 1.8. U pitanju je definicija ampera (A), osnovne jednice SI sistema. Sila koja se tada javlja između dva duga paralelna provodnika iznosi $2\cdot10^{-7}$ N/m.

Pitanje 1.9. Videti tablicu izvedenih veličina SI sistema. $N_A \approx 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Pitanje 1.10. Izvedena jedinica SI sistema (tabela). 1 J=1 kg·m^2/s^2.

2. Pitanje Prema pravilu sabiranja vektora zapisanih u vidu uređenih *n*-torki zbir vektora $\vec{a}=(5,4,-3)$ i $\vec{b}=(2,1,-4)$ potrebno je sabrati vrednosti istih koordinata:

$\vec{a}+\vec{b}=(5+2,4+1,-3-4)=(7,5,-7)$.

Pitanje 2.1.

Intenzitet vektora brzine $\vec{v}$ iznosi $|\vec{a}|=10$ m/s. Projekcija vektora brzine na *x* osu je

$$|\vec{v}_x|=|\vec{v}|\cos\varphi=10\cdot\cos60^\circ=10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=8{,}65\,\text{m/s}.$$

Pitanje 2.2. Moduo (intenzitet) vektora u ravni definisan uređenom dvojkom (*x*,*y*) se izračunava kao: $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$, a u konkretnom slučaju $|\vec{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$.

Pitanje 2.3. Nula, jer je cos90°=0.

Pitanje 2.4. Vektorski proizvod predstavlja novi vektor upravan na ravanu kojoj se nalaze vektori koji se množe. Videti poglavlje 2.

Pitanje 2.5. Pravilo napredovanja desnog zavrtnja. Detalnije obrađeno u poglavlju 2 – vektorski proizvod dva vektora.

Pitanje 2.6. Sabiranje, oduzimanje, skalarno, vektorsko i mešovito množenje.

Pitanje 2.7. Nije. Detalnije obrađeno u poglavlju 2 – vektorski proizvod dva vektora.

Pitanje 2.8. Zapremini paralelopipeda koji obrazuju ta tri vektora. Detalnije obrađeno u poglavlju 2 – mešoviti vektorski proizvod.

Pitanje 2.9. Nula. Dokaz dat u poglavlju 2 – mešoviti vektorski proizvod.

Pitanje 2.10. Definicija materijalne tačke data u poglavlju 2.

Pitanje 2.11. Jednak je jediničnom vektoru $\vec{i}$. Prema pravilima računanja vektorskog proizvoda i međusobnog položaja jedničnih vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$.

Pitanje 2.12. Jednak je koordinati *x;* $\vec{r} = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k}$, $\vec{r}\cdot\vec{i} = \left(x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j} + z\cdot\vec{k}\right)\cdot\vec{i}$ $\vec{r}\cdot\vec{i} = x\cdot\vec{i}\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j}\cdot\vec{i} + z\cdot\vec{k}\cdot\vec{i}$. Proizvod $\vec{i}\cdot\vec{i} = 1$, dok su proizvodi $\vec{j}\cdot\vec{i}$ i $\vec{k}\cdot\vec{i}$ jednaki nuli jer je ugao koji međusobom zaklapaju jedinični vektori prav. Pa je otud $\vec{r}\cdot\vec{i} = x$.

Pitanje 2.13. $\sin\left(\vec{r},\vec{i}\right) = \sqrt{1-\cos^2\left(\vec{r},\vec{i}\right)} = \sqrt{1-\dfrac{x^2}{x^2+y^2+z^2}} = \sqrt{\dfrac{y^2+z^2}{x^2+y^2+z^2}}$.

Pitanje 2.14. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 2.

3. Pitanje Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3 – podele kretanja.

Pitanje 3.1. Mehanika. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3.

Pitanje 3.2. 1.trajektorije materijalnog objekta;2.položaja materijalnog objekta;3. pravca i smera kretanja materijalnog objekta,4. brzine i ubrzanja materijalnog objekta. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3.

Pitanje 3.4. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3.

Pitanje 3.5. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3.

Pitanje 3.6. $v_{sr} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{v_1t_1 + v_2t_2 + v_3t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = 17{,}5\,\mathrm{m/s}$.

Pitanje 3.7. Odgovor na ovo pitanje je eksplicitno dat u poglavlju 3.

Pitanje 3.8. Prema definiciji brzine kod ravnomerno ubrzanog kretanja imaće se da je $v = v_0 + at$. Kako je telo krenulo iz stanja mirovanja onda je $v_0 = 0$, te je $v = at$ ili $a = v/t$.

Za to vreme pređeni put vozila iznosi $s=\frac{1}{2}at^2$. Kada se u izrazu za pređeni put zameni nađeno ubrzanje dobija se: $s=\frac{1}{2}\frac{v}{t}t^2=\frac{1}{2}vt=150\,\text{m}$.

Pitanje 3.9. Iz izraza za ravnomerno ubrzano kretanje je potrebno izraziti proteklo vreme $t=\frac{v+v_0}{a}$. Kada se dobijeno vreme uvrsti u izraz za pređeni put dobija se:

$$s=v_0\frac{v-v_0}{a}+\frac{1}{2}a\frac{(v-v_0)^2}{a^2}=v_0\frac{v-v_0}{a}+\frac{1}{2}\frac{(v-v_0)^2}{a}=\frac{v-v_0}{a}\left(v_0+\frac{1}{2}v-\frac{1}{2}v_0\right)=$$

$$\frac{v-v_0}{2a}(v-v_0)=\frac{v^2-v_0^2}{2a}=9{,}3\,\text{m}.$$

Pitanje 3.10. $a_n\neq 0$ i $a_t=0$. Iz definicije normalnog i tangencijalnog ubrzanja, poglavlje 3.

Pitanje 3.11. U pitanju je ravnomerno pravolinijsko kretanje.

4. Pitanje Postoje 4 osnovna tipa medjudejstva: gravitaciono, elektromagnetno, slabo i jako nuklearno. Pogledati 3 poglavlje praktikuma.

Pitanje 4.1. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.2. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.3. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.4. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.5. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.6. Odgovor dat u poglavlju 4.

Pitanje 4.7. Intenzitet gravitacione sile opada sa kvadratom rastojanja između posmatranih masa. Pri povećanju rastojanja $r_1=3r$ intenzitet gravitacione sile opadne 3^2=9 puta.

Pitanje 4.8. Na osnovu izraza za Lorencovu silu $F_l=qvB$ i poznatih vrednosti za F_l, q i v, lako se izračunava da je B=0,5 T.

Pitanje 4.9. F_l=16 N.

5 Pitanje Definicija mehaničkog rada je $A=\vec{F}\cdot\vec{s}$ tako da u posmatranom slučaju nagib stepenica nije bitan već samo visina do koje stepenice vode. U oba slučaja se savljađuje gravitaciona sila (težina), pa je rad mujškarca $A_1=m_m gh=8kJ$ a rad koji pri penjanju izvrši žena je $A_2=m_ž gh=5{,}5kJ$. Kako snaga predstavlja brzinu vršenja rad onda je snaga koju razvija muškarac $P_1=A_1/t_1=1kW$, a snaga koju razvija žena $P_2=A_2/t_2=1{,}1kW$, što znači da je žena „snažnija“.

Pitanje 5.1. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.2. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.3. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.4. Kada telo miruje ili se kreće konstantnom brzinom (brzina kao vektorska veličina) tada na telo ne deluje nikakva sila *F*=0.

Pitanje 5.5. Pogledati odgovor na prethodno pitanje. $\Delta p = 0 \Rightarrow \Delta v = 0$ ukoliko se ne radi o reaktivnom kretanju tj. ako je *m=const.* pa je otuda i *F*=0.

Pitanje 5.6. Primena II Njutnovog zakona. Praktikum poglavlje 5. $F = (g + a)m = (10m/s^2 + 1m/s^2) \cdot 80kg = 88kg$.

Pitanje 5.7. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.8. Odgovor dat u objašnjenju **5. Pitanja**. U pitanju je skalarni proizvod.

Pitanje 5.9. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.10. Kinetička energija raste sa kvadratom brzine tela: $E_k = \frac{mv^2}{2}$, te se stoga prilikom povećanja brzine tela za dva puta njegova kinetička energija poveća 2^2=4 puta.

Pitanje 5.11. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.12. Potencijalna energija se uvek definiše u odnosu na neki izabrani referentni nivo. U slučaju tela koje se nalazi u gravitacionom polju Zemlje, njegova potencijalna energija se najčešće računa u odnos površinu Zemlje kada mu je *h*=0, onda je i $E_p = mgh = 0$.

Pitanje 5.13. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.14. E_p=*const.* videti sliku i objašnjenje u poglavlju 5.

Pitanje 5.15. Promena potencijalne energije u gravitacionom polju znači da se mora izvršiti rad suprotan smeru dejstva težine tela, tj. negativan rad gravitacione sile.

Pitanje 5.16. Na kretanje centra mase zartvorenog sistema se odnosi zakon održanja količine kretanja (impulsa). Videti poglavlje 5.

Pitanje 5.17. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma. Promena vektora brzine kretanja ili promena mase tela.

Pitanje 5.18. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

Pitanje 5.19. Odgovor dat u poglavlju 5. praktikuma.

6. Pitanje Hukov zakon daje linearnu vezu između sile i deformacije koju ta sila izaziva na nekom telu $\frac{F}{s} = E_y \frac{\Delta l}{l}$, te stoga odgovara linearnom delu *σ-ε* dijagrama (videti sliku, poglavlje 5). To zanči da Hukov zakon važi do granice proporcionalnosti.

Pitanje 6.1. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.2. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.3. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.4. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.5. Ravnotežno rastojanje r_0. Detaljnije u poglavlju 6.

Pitanje 6.6. Videti **6. Pitanje** i poglavlje 6.

Pitanje 6.7. Videti **6. Pitanje** i poglavlje 6.

Pitanje 6.8. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.9. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma. $\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ - relativno izduženje.

Pitanje 6.10. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma. $tg\alpha = \theta$ - relativno smicanje.

Pitanje 6.11. Pravac sile je paralelan sa poprečnim presekom. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

Pitanje 6.12. $E_s = \frac{E_y}{2(1+\mu)}$. Odgovor dat u poglavlju 6. praktikuma.

7 Pitanje Sopstvena frekvencija oscilovanja $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ i sopstevni period oscilovanja $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.1. Jednačina opruge $F = -kx$. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.2. Amplituda predstavlja maksimalno udaljenje tela pri oscilovanju od ravnotežnog položaja. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.3. Odgovor u celosti dat u poglavlju 7. praktikuma.

Pitanje 7.4. Frekvanca oscilovanja i period oscilovanja LHO stoje u odnosu $\upsilon = \frac{1}{T}$, pa je odatle $T = \frac{1}{\upsilon} = 0{,}2\,\mathrm{s}$.

Pitanje 7.5. Maksimalna vrednost intenziteta ubrzanja se postiže u amplitudskom položaju. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.6. Maksimalna vrednost intenziteta brzine se postiže u ravnotežnom položaju. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.7. Odgovor dat u 7. Pitanju.

Pitanje 7.8. Trajektorija oscilovanja centra mase tela koje osciluje je sinusna funkcija. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.9. $x = A_0 \sin\varphi = A_0 \sin(\omega t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$. Ako je *t*=*T*, onda će elongacija biti $x = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} T\right) = A_0 \sin(2\pi) = 0$, što znači da je fazni ugao *φ*=2*π*.

Pitanje 7.10. Odgovor je posredno dat u odgovoru na prethodnom pitanje: $x = A_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} T\right) = A_0 \sin(2\pi) = 0$. Znači da je elongacija jednaka nuli za *t*=*T*.

Pitanje 7.11. Detaljno objašnjenje dato u poglavlju 7.

Pitanje 7.12. $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25N/m}{1kg}} = 5s^{-1}$.

Pitanje 7.13. Odgovor dat u poglavlju 7.

Pitanje 7.14. Odgovor dat u poglavlju 7.

Pitanje 7.15. Odgovor dat u poglavlju 7.

Pitanje 7.16. Brzina zvučnih talasa u gasu je definisana izrazom $c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$. Pri povećanju temperature ne dolazi do promene ni jednog drugog parametra gasa (vazduha), pa će pri zagrevanju vazduha sa 4 na 16 $^{\circ}$C doći povećanja brzine za $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = 2$ puta.

8. Pitanje Rad koji je potrebno utošiti za povećanje slobodne površine neke tečnosti u opštem slučaju iznosi $A = \alpha \cdot \Delta S$ (videti objašnjenje u poglavlju 8.). Kako je zadatkom dat utrošeni rad i promena slobodne površine, sledi da je $\alpha = \frac{A}{\Delta S} = \frac{0{,}14J}{1m^2} = 7 \cdot 10^{-2} N/m$.

Pitanje 8.1. Odgovor je dat u poglavlju 8.

Pitanje 8.2. Odgovor je dat u poglavlju 8.

Pitanje 8.3. Vrednost hidrostatičkog pritiska je definisana izrazom $p = \rho g H$, te je očigledno da postoji njegova proporcionalna zavosnost od dubine na kojoj se meri. Kada se dubina poveća sa 2 na 10 m, hidristatički pritisak se poveća 10/2=5 puta.

Pitanje 8.4. Odgovor je dat u poglavlju 8.

Pitanje 8.5. Sila potiska za telo zapremine *V* se potopi u tečnost gustine *ρ* je $F_p = \rho g V$. U slučaju kada se telo potopi u vodu sila potiska će biti $F_{p1} = 1000 gV$ dok će pro potapanju u drugu tečnost ona iznositi $F_{p2} = 800 gV$. Promena je jednaka odnosu F_{p2} i F_{p1} $F_{p2} / F_{p1} = \frac{800gV}{1000gV} = 0{,}8$. Drugim rečima sila potiska će biti manja za 20 procenata.

Pitanje 8.6. Uslov lebdenja je zadovoljen kada je gustina tela jednaka gustini tečnosti u koju je potopljeno. F_p=F_g odnosno, $\rho_t V_t g = \rho g V_t \Rightarrow \rho_t = \rho$.

Pitanje 8.7. Odgovor je dat u poglavlju 8.

9. Pitanje Pitoova cev predstavlja uređaj za merenje brzine proticanja fluida kroz cev. Princip rada je zasnovan na Bernulijevoj jednačini. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.1. Jednačina kontinuiteta je definisana izrazom $v_1 S_1 = v_2 S_2$. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.2. Ako se zna da je maseni protok $\dot{Q} = \rho v S$ onda će on direktno zavisi od promene brzine proticanja, što znači da će se u konkretnom slučaju povećati tri puta.

Pitanje 9.3. Bernulijeva jednačina se zasniva na zakonu održanja mehaničke energije. Detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.4. Brzinu isticanja tečnosti iz suda definiše Toričelijeva teorema: $v = \sqrt{2gH}$ (detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 9.), odakle se vidi da ona direktno zavisi od kvadrata visine nivoa *H.* Zato će se pri povećanju nivoa za 4 puta, brzina isticanja povećati $\sqrt{4} = 2$ puta.

Pitanje 9.5. Proračun brzine protoka na osnovu izmerene vrednosti nivoa tečnosti u Pitoovoj cevi se vrši prema $v = \sqrt{2gH}$ (detaljno objašnjenje i izvođenje dato u poglavlju 9.). Onda je za H=0,2m i $g \approx 10$ m/s^2, brzina proticanja $v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}2} = 2$ m/s.

Pitanje 9.6. Brzina protoka fluida kod Venturijeve cevi se računa prema izrazu: $v = \sqrt{\dfrac{2g(h_1 - h_2)}{(S_1 / S_2)^2 - 1}}$. Ako je $h_1 - h_2$=0,3 m i S_1 / S_2 = 2, onda je v = $\sqrt{2} \approx$ 1,41 m/s.

Pitanje 9.7. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.8. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.9. Izraz za silu viskoznog trenja je $F = \eta S \dfrac{dv}{dx}$. Na osnovu datih podataka koeficijent viskoznosti se može izračunati kao: $\eta = \dfrac{F}{S \cdot \dfrac{dv}{dx}} = \dfrac{10^{-3} N}{1m^2 \cdot 1s^{-1}} = 10^{-3} Pa \cdot s$.

Pitanje 9.10. $\upsilon = \eta / \rho$, koeficijent konematičke viskoznosti je odnos koefivcijenta viskoznog trenja i gustine posmatrane tečnosti.

Pitanje 9.11. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.12. U pitanju je Poazejev zakon koji se odnosi na protok tečnosti kroz kapilaru: $Q = \frac{\Delta p R^4}{8\eta L}$ ili $\frac{V}{t} = \frac{g\Delta h R^4}{8L} \cdot \frac{\rho}{\eta}$. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.13. Ukoliko se poznaju karakteristike samog viskozimetra i gustina ispitivane tečnosti, potrebno je izmeriti ***vreme isticanja*** kontrolne zapremine. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 9.14. Vrednost koeficijenta viskoznosti za tečnosti se smanjuje sa povećanjem temperature, dok je kod gasova obrnut slučaj. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

10 Pitanje Pri rešavanju ovog zadatka se polazi od izraza za rad kod izobarskog termodinamičkog procesa $A = pdv = p(V_2 - V_1) = 200kPa(30-10)dm^3 = 4kJ$. Količina gasa koja je data kao početni podatak u ovom slučaju nije bitna za rešavanje zadatka.

Pitanje 10.1. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 10.

Pitanje 10.2. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.3. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.4. Temperatura Kelvinove ili apsolutne temperature označava onu tačku na kojoj prestaje termalno kretanje molekula ili atoma (ne treba povezivati sa kretanjem elektrona vezanim za provodljivost električne stuje). Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.5. Prilikom zagrevanja dolazi do promene dimenzije tela (povećanje) usled temperaturne dilatacije prema jednačini $l = l_0(1 + \alpha\Delta t)$. u konkretnom slučaju dolazi do povećanja posmatrane dimenzije predmeta za 20% iz čega sledi da je $l = 1{,}2l_0$, pa je $1{,}2l_0 = l_0(1 + \alpha \cdot 20) \Rightarrow \alpha = \frac{0{,}2}{20} = 10^{-3}\,{}^\circ C^{-1}$.

Pitanje 10.6. Površinski koeficijent termičkog širenja prema linearnom stoji u relaciji $\beta = 2 \cdot \alpha$ te je onda u konkretnom slučaju $\beta = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,{}^\circ C^{-1} = 4 \cdot 10^{-3}\,{}^\circ C^{-1}$. Zapreminski koeficijent termičkog širenja je: $\gamma = 3 \cdot \alpha = 6 \cdot 10^{-3}\,{}^\circ C^{-1}$.

Pitanje 10.7. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.8. Čvrsto; Tečno; Gasovito; Plazma. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.9. Najzastupljenjije agregatno stanje u kome se nalazi sveukupna materija u svemiru je stanje plazme. Razlog tome je što su svi izuzetno masivni kosmički objekti (zvezde) sačinjeni od jonizovanog gasa – plazme.

Pitanje 10.10. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.11. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.12. $pV = nRT$; Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.13. Izotermski proces. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.14. Za izobarski proces *p=const.* važi da je $\frac{V}{T} = const.$, odnosno da je $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Iz poslednje jednačine sledi da je $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$ ili $V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 10dm^3 \frac{T_2}{0{,}5 \cdot T_2} = 20dm^3$.

Pitanje 10.15. Izohorski proces je definisan Šarlovim zakonom. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.16. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.17. Adijabatski proces. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.18. $\kappa = c_p / c_v = C_p / C_v$. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.19. $R = M(c_p - c_v)$ i $R = C_p - C_v$. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.20. $pV = const.; p^{1-\kappa}T^{\kappa} = const; TV^{\kappa-1} = const.$ Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.21. $dQ = \Delta U + dA$. Detaljno objašnjenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.22. $dQ = dA$. Detaljno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.23. $dQ = \Delta U$. Detaljno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.24. $dA = -\Delta U$. Detaljno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.25. $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$. Detaljno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 9.

Pitanje 10.26. $A = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\kappa - 1}$. Detaljno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 9.

11. Pitanje Na osnovu optičke jednačine za tanka sočiva $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ i datih vrenosti u zadatku lako se izračunava $\frac{1}{f} = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right) = 0{,}5m^{-1} \Rightarrow f = 2m$.

Pitanje 11.1. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.2. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.3. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.4. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.5. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.6. $n = c / c_n$; indeks prelamanja predstavlja odnos brzina svetlosti u vakuumu c i nekoj drugoj sredini c_n. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.7. Optički put svetlosti predstavlja proivod gemetrijskog puta l_0 i indeksa prelamanja svetlosti n u posmatranoj sredini $l = n \cdot l_0 = 1{,}2 \cdot 1m = 1{,}2m$.

Pitanje 11.8. $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1}$. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.9. Eskim koji lovi ribu se nalazi u optički ređoj sredni (vazduh), dok je riba u optički gušćoj sredini (voda). Prema Dekart-Snelijusovom zakonu prelamanja svetlosti, upadni ugao svetlosti koji ide od eskimovog oka prema vodi je veći od ugla pod kojim se svetlost prelama u vodi. Zato eskim ima optičku iluziju da je riba bliže nego što zaista jeste. Drugim rečima da bi popravio svoje šanse za ulov on harpun mora baciti nešto dalje od mesta gde vidi lik ribe u vodi. Videti poglavlje 11.

Pitanje 11.10. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.11. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.12. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.13. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.14. Linijsko uvećanje sočiva se definiše kao odnos veličine lika i predmeta $u = \frac{L}{P}$.

Odatle je za L= 5 cm i P= 2 cm $u = {}^{5}\!/_{2} = 2{,}5$.

Pitanje 11.15. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.16. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.17. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.18. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.19. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 11.

Pitanje 11.20. $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$; detaljno objašnjenje u poglavlju 11.

12. Pitanje Pravilo sprezanja paralelno vezanih otpornika je definisano opštim izrazom

$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$. U konkretnom slučaju ima se tri otpornika te će ekvivalentna otpornost kojom

mogu biti zamenjeni biti:

$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}{R_1R_2R_3} \Rightarrow R_e = \frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2}$. Zamenom

odgovarajućih vrednosti se dobija da je R_e= 9,67 Ω.

Pitanje 12.1. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.2. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.3. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.4. $I = \frac{U}{R}$. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.5. $R = \rho \frac{l}{S}$**.** Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.6. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.7. $\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.8. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.9. $P_j = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.10. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.11. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.12. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.13. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.14. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.15. Potrebna skica data u poglavlju 12. $R_e = \sum_{i=1}^{n} R_i$

Pitanje 12.16. Potrebna skica data u poglavlju 12. $\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

Pitanje 12.17. Detalno objašnjenje i izvođenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.18. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.19. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.20. $e_{ind} = B\omega S \sin(\omega t)$. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.21. Intenziteti naizmeničnog napon i struje se menjaju po sinusnoj funkciji. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 12.

Pitanje 12.22. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.23. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

Pitanje 12.24. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 12.

13 Pitanje Valenca nije pojam koji se odnosi na atomsko jezgro. Ona predstavlja broj elektrona u takozvanom valentnom energetskom nivou sposobnom da gradi hemijske veze sa drugim atomima. Odgovor proizilazi iz karakteristika atomskog jezgra opisanih u poglavlju 13.

Pitanje 13.1. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.2. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.3. Čestično – talasna priroda svetlosti. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 13.

Pitanje 13.4. Detalno objašnjenje je dato u poglavlju 13.

Pitanje 13.5. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.6. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.7. Masa orbitirajućih elektrona je zanemarljiva u odnosu na masu atomskog jezgra. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.8. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.9. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.10. Odgovor i detaljno objašnjenje na pitanje su dati u poglavlju 13.

Pitanje 13.11. $E_n - E_m = h \cdot \upsilon$, objašnjenje IV Borovog postulata.

Pitanje 13.12. Energija elektrona na energetskom nivou n je obrnuto prporcionalna kvadratu n^2, $E_n = -\frac{1}{2}\frac{m_e k^2 z^2 e^4}{n^2 \hbar^2}$, detaljno objašnjenje energije elektrona je dato u poglavlju 13. Za n_1=1 i n_2=3 će biti $\frac{E_1}{E_3} = \frac{\frac{C}{n_1}}{\frac{C}{n_2}} = \frac{\frac{1}{1^2}}{\frac{1}{3^2}} = 9$, što znači da je 9 puta veća energija prvog u odnosu na drugi.

Pitanje 13.13. $\lambda_{dB} = \frac{2\pi r_n}{n}$. Detaljno objašnjenje na pitanje su dati u poglavlju 13.

Pitanje 13.14. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.15. n – glavni kvantni broj, l – orbitalni (pomoćni) kvantni broj, m – magnetski kvantni broj i s – kvantni broj spina. Detaljno objašnjenje kvantnih brojeva je dato u poglavlju 13.

Pitanje 13.16. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.17. Maksimalan broj elektrona na naekom energetskom nivou je određen izrazom $Z_{e\max} = 2 \cdot n^2$, što je za dati zadatak $Z_{\max} = 2 \cdot 3^2 = 18$. Konfiguracija trećeg nivoa je $3s^2 3p^6 3d^{10}$.

Pitanje 13.18. Ugljenik $_{12}C$ na osnovu rednog broja poseduje 12 orbitirajućih elektrona. Prema nivoima i orbitalama raspoređeni su na sledeći način: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$.

Pitanje 13.19. Odgovor na pitanje dat u poglavlju 13.

Pitanje 13.20. Detaljno objašnjenje i odgovor dati su u poglavlju 13.

Pitanje 13.21. Detaljno objašnjenje i odgovor dati su u poglavlju 13.

Pitanje 13.22. Na osnovu zakona radioaktivnog raspad koji u integralnom obliku izgleda $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\ln 2 \frac{t}{T}}$ može se izračunati koliko iznosi vreme poluraspada posmatranog radioaktivnog elementa. Ako je se za *t*= 4 dana, raspalo 3/4 početnog broja jezgara to znači da preostala N= 1/4:

$\frac{1}{4} = e^{-\ln 2 \frac{4}{T}} = \left(e^{\ln 2}\right)^{-\frac{4}{T}} = 2^{-\frac{4}{T}}$, odakle sledi da je $\frac{4}{T} = 2$, pa je vreme poluraspada *T*= 2 dana. Ako je sada *t*=6 dana onda je broj neraspdnutih jezgara jednak $N = N_0 e^{-\frac{6}{2}\ln 2} \Rightarrow$

$\frac{N}{N_0} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$, a raspadnutih 1 – 1/8= 7/8.

Pitanje 13.23. $A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$**,** brzina raspadnja radioaktivnih jezgara.

14. Pitanje Prilikom određivanja relativne brzine približavanja elektrona koji se kreću velikim brzinama mora se primeniti relativistički izraz slaganja (sabiranja) brzina: $v_r = \frac{v_1 \pm v_2}{1 \pm \frac{v_1 v_2}{c^2}}$. Ako je brzina oba elektrona po 0,5*c* i kako se kreću jedan drugom u susret

relativna brzina jednog u odnosu na drugi će biti: $v_r = \frac{0{,}5c + 0{,}5c}{1 + \frac{0{,}5c \cdot 0{,}5c}{c^2}} = \frac{c}{1 + 0{,}25} = 0{,}83c$.

Pitanje 14.1. Detaljno objašnjenje i odgovor dati su u poglavlju 14.

Pitanje 14.2. Detaljno objašnjenje i odgovor dati su u poglavlju 14.

Pitanje 14.3. $v_{rel} = v_1 \pm v_2$. Detaljno objašnjenje dato u poglavlju 14.

Pitanje 14.4. Detaljno objašnjenje dato u poglavlju 14.

Pitanje 14.5. Detaljno objašnjenje i odgovor dati su u poglavlju 14.

Pitanje 14.6. $x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ i $x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Pitanje 14.7. Relativistički izraz za transformaciju vremena je dat izrazom (detaljno objašnjenje dato u poglavlju 14.) $t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, gde su *t* i t_0 vremena pokretnog i nepokretnog posmatrača, respaktivno. Odnos vremena pokretnog koji se kreće sa *v*=0,6*c* i nepokretnog posmatrača će biti: $\frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{0,8} = 1,25$, što znači da je posmatrani vremenski interval „duže trajao“ u pokretnom koordinatnom sistemu.

Pitanje 14.8. $v_r = \frac{v_1 \pm v_2}{1 \pm \frac{v_1 v_2}{c^2}}$.

17.Literatura

1. Atkins K.: *Physics,* 1970., John Wiley & Sons, Inc, New York, London, Sydney, Toronto.
2. Đaja Č.: *Viša matematika I deo,* 1983., Naučna knjiga, Beograd.
3. Grupa autora: *Predavanja iz fizike,* 2005., Tehnički fakulteti Univerziteta u Beogradu.
4. Hoche D., Kublbeck J., Meyer L., Reichwald R., Schmit G.D., Schwarz: *Abiturwissen Physik,* 2004., Dudenverlag – Mannheim-Leipzig-Wien-Zurich.
5. Ivanović D., Labat J., Ćulum Ž. Raspopović M.: *Fizika* – za IV razred usmerenog obrazovanja, 1984., Naučna knjiga, Beograd.
6. Napinjalo M., Ćinlov B., Šmelcerović M.: *Primenjena fizika* – za III razred usmerenog obrazovanja, 1979., Naučna knjiga, Beograd.
7. Todorović P.: *Priručnik za pripremu kvalifikacionih i prijemnih ispita iz fizike,* 2000., Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet, Beograd.
8. Trifković Z.: *Predavanja iz tehničke fizike,* 2011. Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet, Beograd.
9. Urošević V., Krmpotić Đ.: *Primenjena fizika* – za IV razred usmerenog obrazovanja, 1980., Naučna knjiga, Beograd.

18.Primeri testova

Test 1.

1. Broj osnovnih fizičkih veličina u Međunarodnom sistemu jedinica (SI) iznosi: (a) 4 (b) 7 (c) 9

2. Intenzitet vektora koji polazi iz koordinatnog početka Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema i sa pozitivnim smerom h-ose zaklapa ugao od 60^o iznosi 10 odgovarajućih jedinica. Komponenta ovog vektora u pravcu u-ose iznosi: (a) 5 (b) 8,65 (c) 10 istih tih jedinica

3. Skalarni proizvod dva uzajamno normalna vektora jednak je: (a) nuli (b) intenzitetu njihovog vektorskog proizvoda (c) proizvodu njihovih intenziteta

4. Lift se kreće prema dole sa ubrzanjem od 1 m/s^2. Ako ubrzanje slobodnog padanja iznosi približno 10 m/s^2, težina čoveka mase 80 kg u njemu iznosiće: (a) 720 N (b) 800 N (c) 880 N

5. Vozilo se kreće sa stalnim ubrzanjem od 1,5 m/s^2. Tokom povećavanja brzine od 54 km/h do 60 km/h ono pređe put od prbližno: (a) 9 m (b) 18 m (c) 93 m

6. Telo se kreće brzinom od 6 km/h tokom vremena od 10 s, a zatim počne ravnomerno da usporava i zaustavi se posle isteka 2 s od početka usporavanja. Put koji je telo ukupno prešlo iznosi: (a) 1,67 m (b) 16,7 m (c) 18,37 m

7. Kada bi se telo kretalo brzinom koja se približava brzini svetlosti u vakuumu, njegova masa bi: (a) težila nuli (b) bila jednaka sa masom mirovanja (c) težila beskonačnosti

8. Kod potpuno plastičnih sudara: (a) važi samo zakon održanja mehaničke energije (b) važe zakoni održanja impulsa i mehaničke energije (c) važi samo zakon održanja impulsa

9. Kada idealni gas izvrši rad od 15 kJ pri adijabatskoj promeni stanja, on tom prilikom okruženju preda količinu toplote od: (a) 15 kJ (b) 30 kJ (c) 0 kJ

10. Kada se dva tačkasta naelektrisanja nalaze u sredini čija relativna dielektrična konstanta iznosi 80, sila između njih, u odnosu na silu kada se ona nalaze u vakuumu: (a) manja je 80 puta (b) ostaje stalne vrednosti (c) veća je 80 puta

11. Na naelektrisanje od 1 C koje ulazi brzinom od 8 m/s pod pravim uglom na linije sila magnetnog polja indukcije 2 T deluje sila od: (a) 0,25 N (b) 4 N (c) 16 N

12. Ako je keficijent prelamanja prve sredine 1,05 a druge 1,2, onda će odnos prelomnog i upadnog ugla pri prelasku svetlosnog zraka iz prve u drugu sredinu biti: (a) 0,875 (b) 1,2 (c) 1,5

13. Specifična otpornost provodnika se posle zagreavanja za 10 $^{\circ}C$ poveća 4%. Njegov temperaturski koeficijent je: (a) 0,004 $^{\circ}C^{-1}$ (b) 0,2 $^{\circ}C^{-1}$ (c) 1,4 $^{\circ}C^{-1}$

14. Kada se za povećanje površine tečnosti za 2 m^2 utroši energija od 0,14 J, vrednost koeficijenta površinskog napona te tečnosti iznosi: (a) 70 mJ/m^2 (b) 0,28 Jm^2 (c) 14 m/N

15. Impuls fotona jednak je: (a) količniku Plankove konstante i talasne dužine (b) proizvodu Plankove konstante i talasne dužine (c) količniku talasne dužine i Plankove konstante

16. Od navedenih, u karakteristike atomskih jezgara ne spada: (a) maseni broj (b) redni broj (c) valentnost

17. Među izvore infrazvuka ne spada: (a) rad teških mašina (b) pojava poremećaja u Zemljinoj kori (c) zvuk koji emituju slepi miševi

18. Po 1 m^2 dodirne površine slojeva tečnosti, između kojih na rastojanju od 0,5 mm postoji razlika brzina od 2 mm/s, javlja se sila od 4 mN, što znači da vrednost koeficijenta viskoznosti te tečnosti iznosi: (a) 1 mPa.s (b) 4 mPa.s (c) 16 mPa.s

19. Ukupnu energiju orbitirajućeg elektrona određuju: a) glavni kvantni broj i kvantni broj spina b) glavni kvantni broj i orbitalni kvantni broj c) glavni kvantni broj i magnetski kvantni broj

20. Ako je vrednost vremena poluraspada nekog radiaktivnog elementa 2 dana, a broj raspadnutih jezgra iznosi 3/4 početnog broja, proteklo vreme od početka posmatranje iznosiće: (a) 1 dan (b) 2 dana (c) 4 dana

Test 2.

1. Materijalna tačka je telo: (a) čija se masa može zanemariti (b) kome se mogu zanemariti i masa i dimenzije (c) konačne mase čije se dimenzije mogu zanemariti u posmatranom slučaju

2. Intenzitet vektora koji polazi iz koordinatnog početka Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema i sa pozitivnim smerom *x*-ose zaklapa ugao od 60^o iznosi 10 odgovarajućih jedinica. Komponenta ovog vektora u pravcu *x*-ose iznosi: (a) 5 (b) 8,65 (c) 10 istih tih jedinica

3. Vektorski proizvod dva uzajamno normalna vektora je: (a) skalar (b) vektor koji leži u ravni koju čine ova dva vektora (c) vektor normalan na ravan koju čine ova dva vektora

4. Lift se kreće prema gore sa ubrzanjem od 1 m/s^2. Ako ubrzanje slobodnog padanja iznosi približno 10 m/s^2, težina čoveka mase 80 kg u njemu iznosiće: (a) 720 N (b) 800 N (c) 880 N

5. Polazeći iz mira vozilo postigne brzinu od 54 km/h ravnomerno ubrzavajući tokom 10 s. Za to vreme vozilo pređe put od: (a) 27 m (b) 75 m (c) 150 m

6. Vozilu, koje se kretalo stalnom brzinom od 60 km/h, brzina se tokom 10 s smanjila na 6 km/h. Ako je usporenje vozila bilo ravnomerno, za to vreme ono je prešlo put od: (a) 75 m (b) 92 m (c) 150 m

7. Ako se telo kreće brzinom koja iznosi 60% brzine svetlosti u vakuumu, njegova masa: (a) jednaka je sa 60% mase mirovanja (b) jednaka je sa masom mirovanja (c) veća je od mase mirovanja za 25%

8. Kod potpuno elastičnih sudara: (a) važi samo zakon održanja impulsa (b) važe zakoni održanja impulsa i mehaničke energije (c) važi samo zakon održanja mehaničke energije

9. Hukov zakon važi do granice: (a) proporcionalnosti (b) elastičnosti (c) plastičnosti

10. Kada kroz dva beskonačno duga i paralelna pravolinijska provodnika zanemarivog poprečnog preseka na međusobnom rastojanju od 1 m u vakuumu protiču struje od po 1 A, između provodnika deluje sila od: (a) 2.10^{-7} N po metru dužine provodnika (b) 1 N po metru dužine provodnika (c) ukupno 1 N

11. Na naelektrisanje od 1 C koje ulazi brzinom od 8 m/s pod pravim uglom na linije sila magnetnog polja deluje sila od 4 N, što znači da vrednost indukcije magnetnog polja iznosi: (a) 0,5 T (b) 2 T (c) 32 T

12. Pri predaji toplote od 12 kJ nekoj količini idealnog gasa pri kojoj on ne menja svoju zapreminu posmatrani gas će izvršiti rad od: (a) 4kJ (b) 12 kJ (c) – 8 kJ

13. Ako se dužina provodnila poveća dva puta, vrednost električnog otpora će mu se: (a) povećati 2 puta (b) smanjiti 2 puta (c) ostaće nepromenjena

14. De Broljijeva talasna dužina elektrona na drugoj Borovoj orbiti, u odnosu na obim te orbite, jednaka je njegovoj: (a) polovini (b) celoj dužini (c) dvostrukoj dužini

15. Od navedenih, u grane astronomije ne spada: (a) astrologija (b) kosmologija (c) egzobiologija

16. Kada se temperatura tela koje zrači udvostruči, snaga njegovog zračenja poraste: (a) dvostruko (b) četvorostruko (c) šesnaestostruko

17. Maksimalni broj elektrona na energetskom nivou 2 nekog atoma je: (a) 6 (b) 8 (c) 16

18. Vrednosti poluprečnika krivine dve strane sočiva su jednake i iznose po 1 m, a vrednost indeksa prelamanja stakla od kojeg je sočivo sačinjeno u odnosu na vazduh 1,5. Vrednost žižne daljine tog sočiva iznosi: (a) 0,5 m (b) 1 m (c) 1,5 m

19. Kada se udvostruči vrednost struje koja protiče kroz neki provodnik, toplota koja se u njemu razvija po Džulovom zakonu porašće: (a) dvostruko (b) četvorostruko (c) šesnaestostruko

20. Broj jezgara nekog radioaktivnog elementa vremena poluraspada 3 dana koji se raspadne posle 6 dana od početka posmatranja, iznosiće: (a) 0,5 (b) 0,6 (c) 0,75